

Chapitre 3

Analyse en Fréquence et Sources de Lumière

Introduction

Les machines de rayonnement synchrotron de troisième génération sont construites sur des optiques à forte focalisation afin d'atteindre de performances toujours plus extrêmes : les petites émittances créées permettent d'obtenir les hautes brillances recherchées. Cependant, de telles contraintes impliquent l'utilisation de champs magnétiques de forte intensité qui eux-mêmes vont exciter de nombreuses résonances et risquent ainsi de détériorer la dynamique globale du faisceau et de conduire à une faible ouverture dynamique et une faible acceptance en énergie. Il en résulte une injection lente et une faible durée de vie. Ces effets indésirables doivent être minimisés tout en conservant une haute brillance. Une des tâches principales du physicien des accélérateurs se résume d'abord à déterminer la meilleure optique possible de la machine, ensuite à définir une modélisation aussi proche que possible de la réalité et enfin, à développer des méthodes susceptibles d'améliorer la stabilité de la dynamique du faisceau.

L'optique des sources de lumière de troisième génération est construite généralement sur une maille dite Chasman-Green ou *double bend achromat*¹ (Super-ACO, SOLEIL, ESRF) ou une maille *triple bend achromat*² (ALS). Les faibles émittances y sont créées en minimisant les fonctions bêtatrons dans les dipôles, ce qui se traduit par l'utilisation de forts champs dans les quadripôles adjacents. Nous avons vu (chap. 1, p. 19 sqq.) que ces derniers créent alors une grande chromaticité naturelle dans les deux plans qui est compensée par l'introduction de lentilles hexapolaires : deux familles, dites chromatiques, suffisent. Cependant très souvent, d'autres familles d'hexapôles sont également introduites dans la maille pour minimiser les largeurs des résonances. La principale difficulté est de déterminer l'emplacement optimum de ces hexapôles autour de l'anneau ainsi que leur force. Seuls des choix judicieux permettent de réduire les nonlinéarités.

La dynamique des particules individuelles est une des causes principales de la limitation des performances des sources de lumière. Si les orbites sont instables aux grandes amplitudes, alors les électrons diffusés à ces grandes amplitudes lors de collisions avec les atomes du gaz

¹*i.e.* une maille construite sur une structure à deux aimants de courbure.

²*i.e.* une maille construite sur une structure à trois aimants de courbure.

résiduel ou avec d'autres électrons (effet Touschek) vont être perdus par le faisceau. Il en sera de même pour les particules injectées à grande amplitude (optimisation de l'injection).

A la connaissance de l'auteur, seule l'ouverture dynamique des particules d'énergie nominale est optimisée³ pour réduire l'influence des phénomènes nonlinéaires ; ces derniers peuvent conduire à la divergence rapide des trajectoires des particules et à une chute drastique des performances globales de la machine. Les ouvertures dynamiques des particules *off momentum* ne sont que rarement optimisées pour les sources de lumière. Ce point peut conduire à des situations paradoxales : par exemple, une très grande ouverture dynamique à $\delta = 0$ et des ouvertures dynamiques à $\delta \neq 0$ presque nulles conduisent une durée de vie du faisceau très faible (cf. dynamique longitudinale, limitation par l'acceptance en énergie).

Cependant à l'heure actuelle, il n'existe pas de méthode analytique systématique pour arriver à ces fins (même pour l'optimisation *on momentum*, *i.e.* pour $\delta = 0$), la difficulté provenant de la détermination des amplitudes des résonances. Généralement, le schéma retenu consiste à utiliser des familles d'hexapôles pour minimiser l'influence des résonances d'ordre trois, considérées comme les plus néfastes pour la dynamique. Il est souvent admis, mais à tort, que seules les résonances d'ordre faible sont à corriger (voir le rapport du CERN de Guignard, 1978 où l'auteur reformule une théorie des perturbations du premier ordre). Pourtant les hexapôles excitent les résonances de tout ordre (comme nous l'avons observé pour l'application d'Hénon, p. 54 sqq.). La méthode utilisée pour Super-ACO ou SOLEIL repose sur le travail réalisé par Audy (1989) : les coefficients analytiques des amplitudes des résonances d'ordre 3 sont calculés puis minimisés par ajustement (c'est une méthode de perturbation du premier ordre).

Deux questions viennent tout de suite à l'esprit : (1) est-il possible de prédire quelles résonances sont susceptibles d'être excitées sur la machine réelle ? (2) est-il possible d'établir une méthode pour identifier facilement les résonances et d'estimer leurs amplitudes ?

Un début de réponse peut être apporté par l'utilisation de la théorie des perturbations en calculant des formes normales. Elles ont été introduites en Physique des Accélérateurs principalement par Dragt et Forest (Université de Maryland) et sont très utilisées au CERN. Bien que donnant de bons résultats (voir par exemple Todesco, Gemmi et Giovannozzi, 1997 et une application au LHC par Papaphilippou et Schmidt, 1998), cette méthode est assez lourde à mettre en œuvre. Des corrections locales sont possibles mais cette méthode dépend fortement de la modélisation et ne permet pas d'effectuer simplement des comparaisons directes entre le modèle et la machine en fonctionnement.

L'Analyse en Fréquence est au contraire une méthode numérique qui permet de manière assez intuitive et pratique d'identifier des résonances et d'estimer leur amplitude. Nous allons l'appliquer à quatre sources de lumière : le Projet SOLEIL, l'ESRF, Super-ACO et l'ALS. Pour chacune de ces machines, nous calculerons des cartes en fréquence ainsi que les ouvertures dynamiques associées. Les résultats seront présentés soit pour une modélisation purement théorique, soit pour une machine en fonctionnement (cf. résultats expérimentaux, chapitres sur l'ALS et Super-ACO). Nous montrerons la grande sensibilité de la dynamique aux réglages magnétiques.

³Par contre, pour les machines à protons, la dynamique *off momentum* est pleinement considérée (voir par exemple, le travail de Papaphilippou, 2000).

Par soucis de clarification, je tiens à dire que ces deux approches sont complémentaires. La théorie des perturbations a été introduite à une époque où les gros ordinateurs n'existaient pas. Elle a permis et permet encore d'obtenir des formules analytiques relativement simples utilisées pour améliorer le réglage d'un accélérateur et comprendre sa dynamique (*e.g.* glissement des nombres d'ondes avec l'amplitude, déformation de l'espace des phases, largeur des résonances). Cette méthode ne fonctionne plus si le système est trop perturbé. Elle est moins précise que les intégrateurs numériques pour déterminer les équations du mouvement. La seconde approche repose sur les outils numériques. Elle permet une détermination précise de la trajectoire d'une particule (intégrateurs, codes de *tracking*) aussi bien pour un régime faiblement que fortement perturbé. Son inconvénient majeur est d'être une « boîte noire » qui fournit peu d'informations pour une compréhension théorique du mouvement nonlinéaire (approche qualitative).

Pour l'ensemble des résultats qui vont être présentés, nous ne prenons en compte que la dynamique transverse en négligeant le mouvement longitudinal. Ce choix est justifié dans la mesure où le nombre d'ondes longitudinal ν_s est très faible devant les nombres d'ondes transverses : par exemple pour SOLEIL, la fréquence longitudinale est $\nu_s = 0.006$ et les nombres d'ondes sont $\nu_x = 18.28$ et $\nu_y = 8.38$.

La majorité des cartes en noir et blanc du corps du mémoire sont reproduites en couleur en annexe B.

3.1 Le Projet SOLEIL

SOLEIL [110], acronyme pour Source Optimisée de Lumière d'Énergie Intermédiaire de LURE, est une source de rayonnement de hautes performances. Après de nombreux et longs attermolements, sa construction devrait débuter sur le plateau de Saclay à partir de l'automne 2001 pour des premiers photons fin 2005. La machine vise à remplacer les installations vieillissantes du LURE et à doter la communauté française d'une installation de troisième génération optimisée dans une gamme spectrale complémentaire de l'ESRF, la source européenne de rayonnement synchrotron localisée à Grenoble.

3.1.1 Optique

La maille standard de SOLEIL est construite sur une structure dite Chasman-Green modifiée⁴ (APD SOLEIL, 1999) avec dispersion répartie⁵. Les principales caractéristiques et les fonctions optiques de la machine sont données par le tableau 3.1 et la figure 3.1. Pour cette étude, la maille de SOLEIL est sans défaut avec sa 4-périodicité. Les chromaticités naturelles sont parfaitement compensées. Les calculs ont été faits pour des particules ayant l'énergie nominale de la machine.

Energie (GeV)	2.5
Circonférence (m)	337
Point de fonctionnement	18.28, 8.38
Chromaticités réd. nat.	-3.01, -2.66
Dispersion en énergie	9.24×10^{-4}
Emittance horiz. (nm.rad)	3
Ouverture physique (mm)	$\pm 35, \pm 6.5$
Familles hexapolaires	8
Périodicité	4

TAB. 3.1: Principaux paramètres de SOLEIL (APD, 1999).

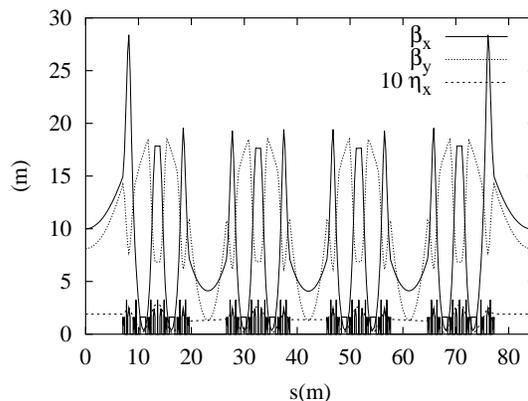


FIG. 3.1: Fonctions optiques pour une maille de SOLEIL.

3.1.2 Dynamique

En appliquant le schéma de construction précédemment énoncé (p. 58), les cartes en fréquence et les ouvertures dynamiques ont été calculées pour les deux optiques retenues pour SOLEIL. L'ensemble des calculs a été réalisé avec le code de *tracking* DESPOT [42] en intégrant la trajectoire d'une particule « test » sur 2×1000 tours. Ce choix est justifié par un

⁴En anglais *Double Bend Achromat*.

⁵*i.e.* avec une fonction dispersion non nulle tout autour de la machine (cf. Fig. 3.1). Ceci permet de réduire l'émission minimale théorique d'un facteur trois (APD SOLEIL, 1999).

temps d'amortissement transverse de 8.73 ms, *i.e.* 7 771 tours et un temps d'amortissement longitudinal de 4.35 ms soit 3 872 tours. Des intégrations à très long terme ont été également entreprises afin de vérifier la validité de ces hypothèses. Les deux optiques faible émittance retenues et optimisées par l'équipe faisceau de SOLEIL sont appelées optique faible émittance 1 et 2 (APD SOLEIL, chap. IV Sources).

3.1.2.1 Optique faible émittance numéro 1

Pour la première optique, le point de fonctionnement est $(\nu_x, \nu_y) = (18.28, 8.38)$; Les glissements des nombres d'ondes avec l'amplitude sont donnés par la figure 3.2-a. Cette optique a été optimisée pour contraindre la variation du nombre d'ondes horizontal ν_x entre les résonances $7\nu_x - 4 \times 32 = 0$ et $9\nu_x - 4 \times 41 = 0$.

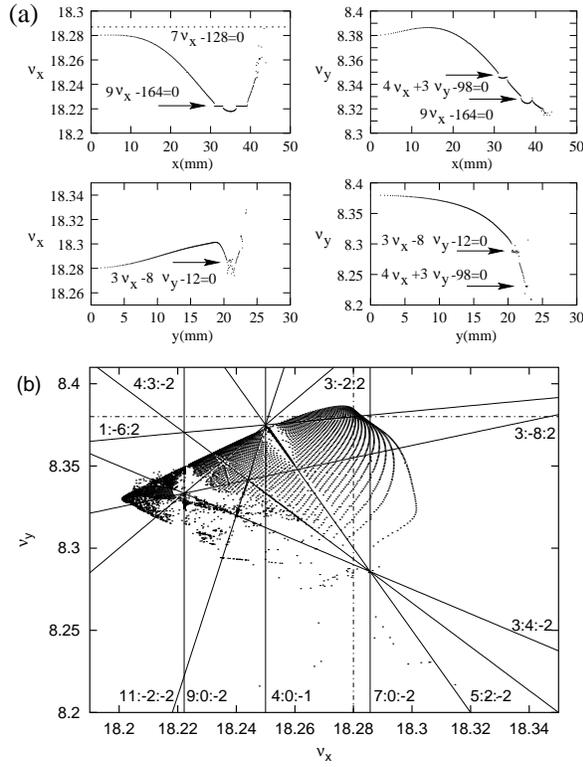


FIG. 3.2: (a) : Glissement des nombres d'ondes avec l'amplitude. Dans chaque cas, une des positions x ou y est fixée à $1 \mu\text{m}$ (quasi-absence de couplage entre les deux plans). Cette optique a initialement été conçue pour contraindre les courbes en fréquence entre les résonances d'ordre 7 et 9. (b) : Carte en fréquence de l'optique numéro 1 de SOLEIL avec identification des principales résonances. La dynamique est perturbée par la résonance $5:2:-2$ et à grande amplitude par la résonance entière d'ordre 9 (région chaotique). Le point de fonctionnement est à l'intersection des deux droites en pointillés.

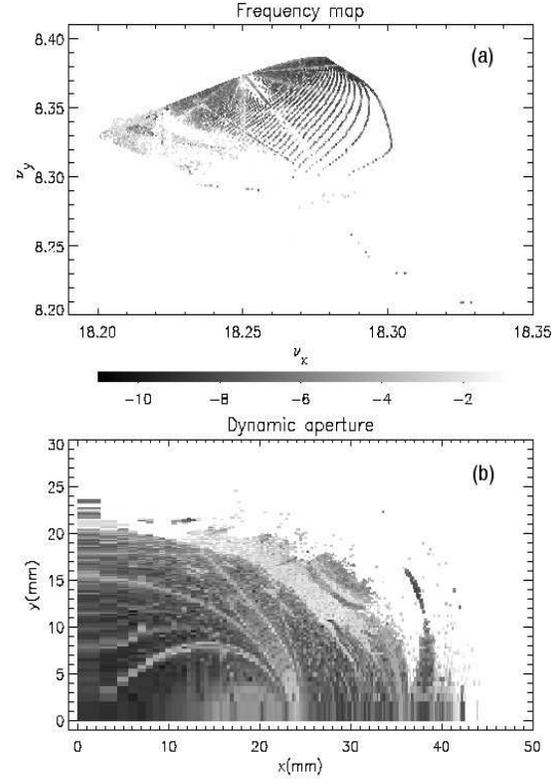


FIG. 3.3: (a) Carte en fréquence et (b) ouverture dynamique de l'optique faible émittance numéro 1 de SOLEIL calculées pour une surface de Poincaré en $s = 0$ ($\beta_x = 10 \text{ m}$ et $\beta_y = 8 \text{ m}$). L'ouverture dynamique est grande. Elle est marquée par les résonances; en particulier, la protubérance observée vers $x = 38 \text{ mm}$ correspond à la résonance d'ordre 9. La diffusion est codée en niveaux de gris. Elle est plus importante au voisinage des résonances et sur le bord de l'ouverture dynamique (grande amplitude).

A la lecture de la figure 3.3-b, l'ouverture dynamique semble très grande : $[0, 40]_{y=0} \times [0, 24]_{x=0} \text{ mm}$ cependant ces dimensions doivent être légèrement réduites à 35 mm selon x (présence d'une île due à la résonance d'ordre 9) et 20 mm selon y .

Le point de fonctionnement est représenté par une croix (en pointillés sur la carte 3.2-b). Il est presque confondu avec le coin en haut à droite de la carte en fréquence. Le bord supérieur (resp. inférieur) de la carte correspond au glissement des nombres d'ondes avec l'amplitude horizontale (resp. verticale) pour la seconde amplitude fixée à $1 \mu\text{m}$ (faible couplage). Pour déchiffrer la carte 3.3-a (voir aussi la carte en couleur B.1), il est utile de distinguer trois types de zones :

zones régulières où les points de l'espace des fréquence sont régulièrement espacés avec une faible diffusion⁶ ($D < -6$). Le mouvement est typiquement un mouvement bétatron régulier comme au voisinage du point de fonctionnement $(\nu_x, \nu_y) = (18.28, 8.38)$ — aux faibles amplitudes bétatrons, le mouvement est évidemment linéaire —.

résonances qui sont les droites de pente rationnelle, $p\nu_x + q\nu_y + r = 0$. Selon que la résonance est traversée au voisinage d'une zone elliptique ou hyperbolique, on observe soit une accumulation de points soit une désertion (cf. Analyse en Fréquence et pendule p. 53). De manière générale, la diffusion est plus élevée. La particule aura tendance à osciller transversalement à la résonance. Si la région est bornée de zones régulières, le mouvement est confiné (cf. discussion sur la diffusion p. 52, le schéma 2.11 et *infra*).

zones chaotiques où toute structure est perdue avec une diffusion élevée ($D > -4$) et qui peut conduire à un comportement fortement nonlinéaire et même chaotique, par exemple aux grandes amplitudes et sur les bords de l'ouverture dynamique.

Pour l'optique ici considérée, la carte en fréquence révèle une dynamique relativement stable, néanmoins plusieurs résonances sont mises en évidence.

La résonance d'ordre 7, $5\nu_x + 2\nu_y - 4 \times 27 = 0$, est atteinte pour $x = 24$ mm (voir la carte 3.2-b où l'ordre des résonances est le triplet p :q :r défini p. 22). On remarquera également un nœud de résonances juste au-dessus entre cette même résonance et les résonances $4\nu_x - 73 = 0$, $3\nu_x - 2\nu_y - 38 = 0$, $\nu_x - 6\nu_y + 4 \times 8 = 0$ et $11\nu_x - 2\nu_y - 4 \times 46 = 0$. Nous pouvons supposer que si ce nœud de résonances ou la résonance d'ordre 7 sont excités, par exemple par les inévitables défauts magnétiques, alors la symétrie 4 de l'anneau sera brisée et toutes les orbites au-delà seront instables. Dans ce cas, l'ouverture dynamique horizontale ne serait plus que de 24 mm selon x . Cet effet est observé lorsque que l'on simule le déplacement (sciemment exagéré) d'un hexapôle dans l'anneau (cf. carte en fréquence 3.4 à comparer avec Fig. 3.2-b).

Plus inquiétant pour la stabilité du faisceau est le nœud entre les résonances d'ordre 7, $3\nu_x + 4\nu_y - 4 \times 22 = 0$, d'ordre 9, $9\nu_x - 4 \times 41 = 0$, d'ordre 11, $3\nu_x - 8\nu_y + 4 \times 3 = 0$ et d'ordre 5, $3\nu_x - 2\nu_y - 38 = 0$ (cf. carte 3.2-b).

Il est important de noter que la dynamique est fortement contrainte non seulement par les résonances d'ordre faible, mais aussi par d'ordres plus élevés 9, 11, 13, et ceci, même pour une machine idéale⁷. Leur influence est importante à grande amplitude et au voisinage des nœuds de résonances — recouvrement des largeurs de résonances, critère de Chirikov —. Voir pour cela (Laskar, 1993).

Le calcul exhaustif de l'ouverture dynamique ainsi que l'utilisation de la diffusion permet d'établir une bijection entre l'ouverture dynamique et la carte en fréquence (sauf dans les régions elliptiques). La localisation des résonances est plus aisée dans les deux espaces, en particulier celles qui limitent l'ouverture dynamique. Par exemple, la région dans l'ouverture dynamique vers $x \approx 38$ mm (protubérance du la figure 3.3-b) correspond aux îles de la résonance d'ordre 9, $9\nu_x - 4 \times 41 = 0$. Les résonances apparaissent nettement dans l'ouverture dynamique : ce sont les courbes où la diffusion est plus importante (cf. Fig. 3.3-b).

⁶cf. le coefficient de diffusion D , défini p. 59, correspond à la variation des nombres d'ondes avec le temps.

⁷Toutes ces résonances sont excitées par les éléments nonlinéaires de la machine, *i.e.* ici par les hexapôles.

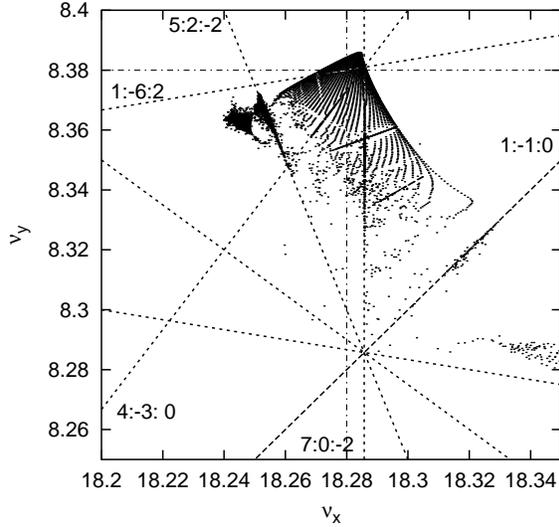


FIG. 3.4: Influence du déplacement d'un hexapôle sur la carte en fréquence de l'optique numéro 1 de SOLEIL : la résonance d'ordre 7, 5 : 2 : -2 est fortement excitée. Toutes les orbites ayant des nombres d'ondes au-delà sont maintenant instables. L'extension de la carte en fréquence est réduite de plus d'un facteur deux selon ν_y .

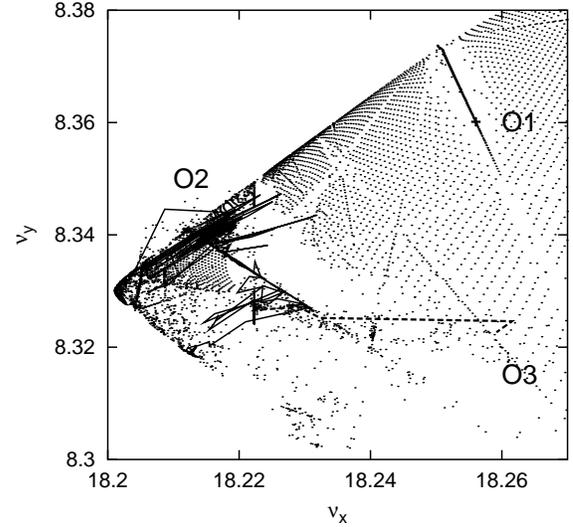


FIG. 3.5: Diffusion à long terme (grossissement de la carte 3.2-b de SOLEIL). (O1) Orbite régulière. (O2) Diffusion transverse rapide et longitudinale lente par rapport à la résonance 3 : 4 : -2. (O3) Diffusion rapide dans une région chaotique : la particule est perdue après 5 380 tours de machine.

Enfin, remarquons que la carte en fréquence admet une torsion non définie au voisinage du point de fonctionnement ainsi qu'aux grandes amplitudes. La carte en fréquence 3.2-b se replie sur elle-même (le lecteur peut également s'aider de la figure 3.2-a). Il n'y a alors plus de bijection globale entre la carte en fréquence et l'ouverture dynamique. La torsion non définie a des implications sur la stabilité du faisceau, car elle permet en particulier des directions où la diffusion peut être très rapide (Laskar, 1999).

Pour illustrer différents processus de diffusion, la figure 3.5 (partie inférieure gauche de la carte 3.2-b) représente trois orbites intégrées à long terme, sur 100 000 tours (l'amortissement n'est pas pris en compte, seule la diffusion au voisinage d'une résonance est étudiée).

- une orbite (O1) de conditions initiales $(x_0, y_0) = (17, 13)$ mm et de nombres d'ondes initiaux $(\nu_x, \nu_y) = (18.256, 8.360)$. La particule est stable et reste sur la résonance d'ordre 7, $5\nu_x + 2\nu_y - 4 \times 27 = 0$.
- une orbite (O2) de conditions initiales $(x_0, y_0) = (25, 14)$ mm et de nombres d'ondes initiaux $(\nu_x, \nu_y) = (18.216, 8.341)$, *i.e.* au voisinage de la résonance $3\nu_x + 4\nu_y - 4 \times 22 = 0$. L'orbite diffuse rapidement transversalement à la ligne de résonance et lentement longitudinalement (diffusion souvent appelée *diffusion d'Arnold*). La particule est perdue au bout de 75 000 tours de machine.
- une orbite (O3) de conditions initiales $(x_0, y_0) = (17.2, 18.5)$ mm et de nombres d'ondes initiaux $(\nu_x, \nu_y) = (18.256, 8.360)$, *i.e.* au voisinage dans une région de forte diffusion.

La particule diffuse dans l'espace des fréquences rapidement, puis reste capturée 2 000 tours par la résonance $3\nu_x + 4\nu_y - 4 \times 22 = 0$ et est perdue au bout de 5 380 tours.

3.1.2.2 Optique faible émittance numéro 1 modifiée

Les résultats précédents m'ont amené à proposer avec P. Nghiem une optique modifiée (Nadolski, 1998 et chap. IV de l'APD SOLEIL) : comme la résonance d'ordre 9 et le nœud associé semblent être néfastes pour la dynamique, tout en gardant le même point de fonctionnement, nous avons contraint la courbe en fréquence de sorte qu'elle n'atteigne pas cette résonance. Pour cela, nous avons modifié la pente à l'origine de la courbe en fréquence modifiée de la valeur $(\frac{d\nu_x}{dx^2})_{x=0} = 300$ à 700 en utilisant les hexapôles (cf. Fig. 3.7).

Comme attendu, le but est atteint tout en conservant pratiquement la même ouverture dynamique (cf. Fig. 3.9 et carte en couleur B.2). Les principales résonances identifiées pour ce réglage sont données par le tableau 3.2 et localisées sur la figure 3.6.

$p\nu_x + q\nu_y + r' \times 4 = 0$	Ordre
$7\nu_x - 32 \times 4 = 0$	7 : 0 :-2
$\nu_x - 6\nu_y + 8 \times 4 = 0$	1 :-6 :2
$3\nu_x - 8\nu_y + 3 \times 4 = 0$	3 : 8 :2
$\nu_x + 2\nu_y - 35 = 0$	1 : 2 :-1
$\nu_x - \nu_y - 10 = 0$	1 :-1 :0
$\nu_x - 7\nu_y + 10 \times 4 = 0$	1 :-7 :2
$\nu_x + 5\nu_y - 15 \times 4 = 0$	1 : 5 :-2
$6\nu_x + \nu_y - 118 = 0$	6 : 1 :-2
$5\nu_x - 10\nu_y - 8 = 0$	5 :-10 :2

TAB. 3.2: Résonances identifiées sur la carte en fréquence de l'optique faible émittance numéro 1 modifiée de SOLEIL. L'ordre correspond au triplet $p : q : r$ défini à partir de la partie fractionnaire des nombres d'ondes (cf. page 22).

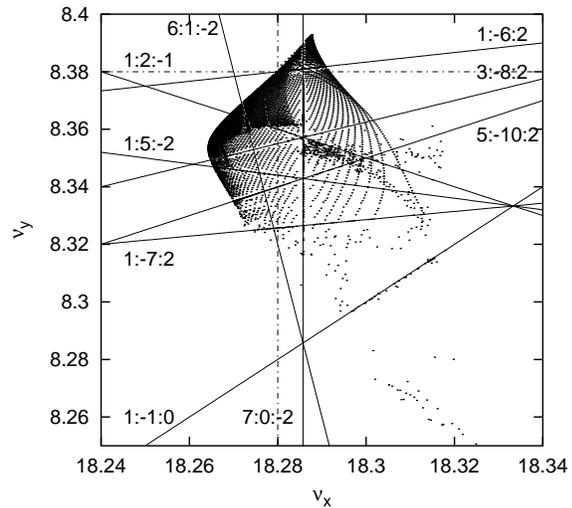


FIG. 3.6: Optique 1 modifiée de SOLEIL ($\beta_x = 10$ m et $\beta_y = 8$ m) : Carte en fréquence avec les principales résonances (surface de Poincaré en $s = 0$). La carte en fréquence est repliée sur elle-même, e.g. au voisinage du point de fonctionnement qui est à l'intersection des deux droites en pointillés.

Dans ce cas, l'extension de la carte en fréquence est réduite, moins de résonances perturbent la dynamique mais en contrepartie, la carte en fréquence est plus repliée sur elle-même (cf. au voisinage du point de fonctionnement et sur la partie gauche de la carte en fréquence 3.6).

Il doit être remarqué que l'allure d'une carte en fréquence est très sensible à une faible modification des forces hexapolaires. La dynamique associée est alors complètement différente alors que les tailles des ouvertures dynamiques ont peu changé (comparer les cartes 3.3-a et 3.9-a).

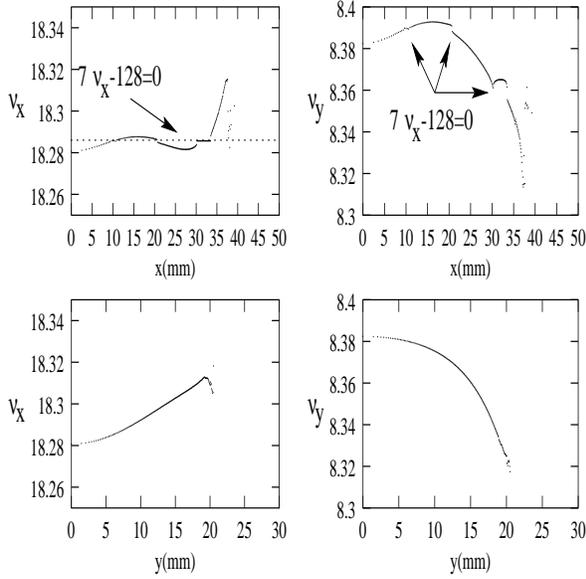


FIG. 3.7: Variation des nombres d'ondes avec l'amplitude à faible couplage ($1\mu m$) pour l'optique 1 modifiée de SOLEIL. La résonance d'ordre 7 est traversée à faible et grande amplitude. Par contre la résonance d'ordre 9 n'est plus atteinte (comparer avec les courbes 3.2-a).

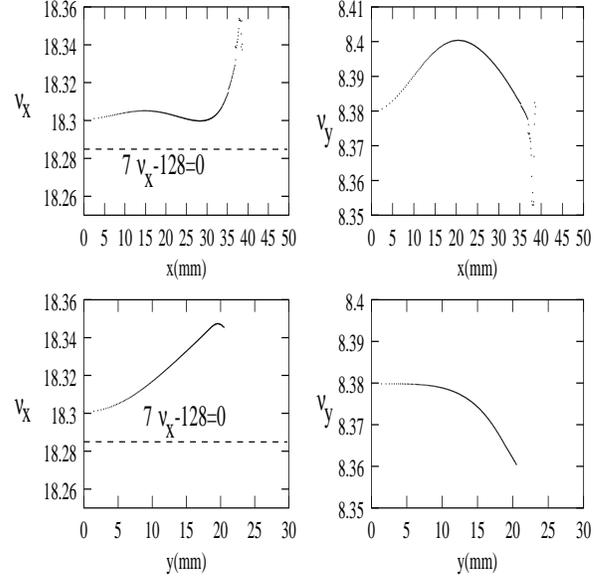


FIG. 3.8: Variation des nombres d'ondes avec l'amplitude à faible couplage ($1\mu m$) pour l'optique 2 de SOLEIL. Les hexapôles ont été réglés de manière à ne plus traverser les résonances d'ordre 7 et 9 qui marquaient la dynamique (comparer avec les courbes 3.2-a).

3.1.2.3 Optique faible émittance numéro 2

Pour l'optique faible émittance numéro 2, le point de fonctionnement est déplacé à $(\nu_x, \nu_y) = (18.30, 8.38)$ de manière à ne jamais traverser la résonance d'ordre 7, $7\nu_x - 4 \times 32 = 0$ (cf. courbes en fréquence 3.8).

La carte en fréquence et l'ouverture dynamique sont données par la figure 3.10 : bien que l'ouverture dynamique soit légèrement plus petite, elle reste néanmoins plus grande que l'ouverture physique (cf. Tab. 3.2) et surtout la diffusion est bien plus faible que pour la première optique (comparer avec les cartes 3.3 et 3.10).

La carte est deux fois repliée sur elle-même pour cette optique : elle a une faible extension dans l'espace des fréquences et le nombre de résonances rencontrées est bien plus faible. L'influence du repliement de la carte en fréquence sur la dynamique n'a pas fait l'objet d'une étude approfondie pour le présent travail (pour une discussion, voir Laskar, 1999).

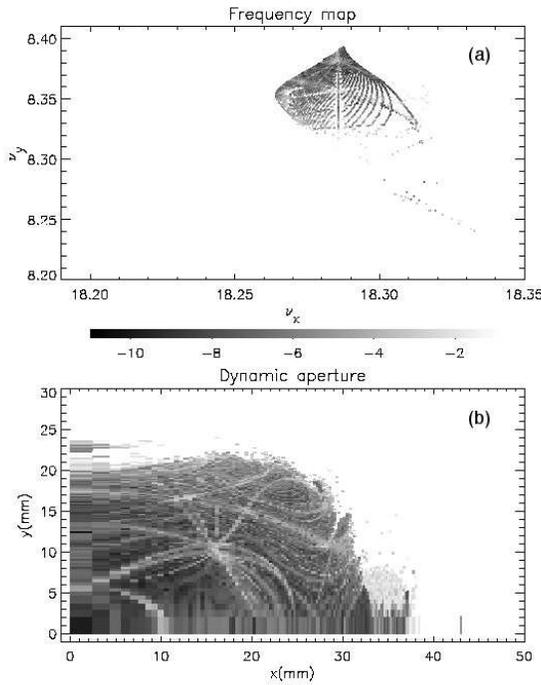


FIG. 3.9: Carte en fréquence (a) et ouverture dynamique (b) pour une surface de Poincaré en $s = 0$ ($\beta_x = 10$ m et $\beta_y = 8$ m) pour l'optique 1 modifiée de SOLEIL. L'ouverture dynamique est presque aussi grande que pour la première optique; la carte en fréquence est repliée sur elle-même : sa lecture en est rendue plus difficile. Son extension spatiale est réduite, moins de résonances sont rencontrées. La diffusion des orbites est globalement plus faible.

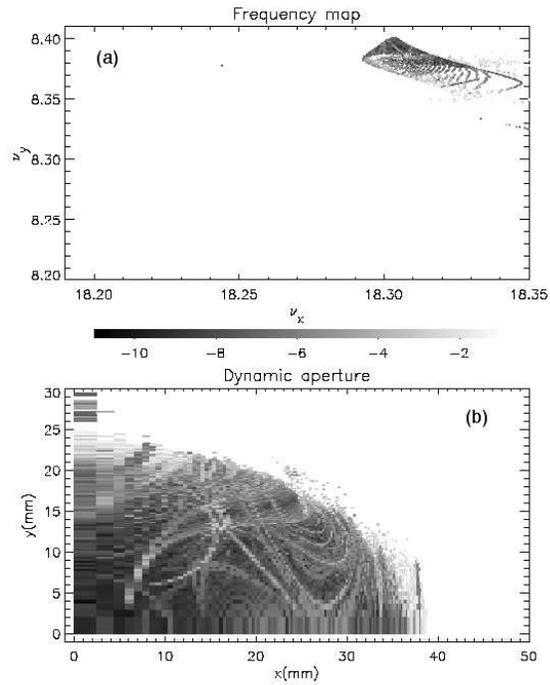


FIG. 3.10: Carte en fréquence (a) et ouverture dynamique (b) pour une surface de Poincaré en $s = 0$ ($\beta_x = 10$ m et $\beta_y = 8$ m) l'optique 2 de SOLEIL. Les glissements des nombres d'onde sont faibles, ce qui se traduit par une faible extension de la carte en fréquence, une faible diffusion et une grande ouverture dynamique. La carte en fréquence est repliée sur elle-même par deux fois.

3.1.2.4 Conclusion sur les optiques de SOLEIL

Parmi les deux optiques principales retenues pour SOLEIL, l'optique faible émittance numéro 2 est la plus prometteuse en termes de stabilité du faisceau, taille de l'ouverture dynamique (grande vis-à-vis de l'ouverture physique) avec un très faible nombre de résonances excitées. En particulier, à ouverture dynamique égale, l'optique numéro 2 décrit une dynamique avec une plus faible diffusion que l'optique numéro 1. Nous avons vu néanmoins qu'il est possible d'améliorer l'optique faible émittance 1 sans diminution particulière des autres paramètres caractéristiques (cf. optique 1 modifiée).

En effet le groupe faisceau de SOLEIL a choisi de réaliser une machine relativement souple en termes de réglages et ajustements magnétiques. Six des huit familles d'hexapôles peuvent être utilisées pour modifier l'optimisation sans avoir besoin de déplacer le point de fonctionnement ; des ajustements fins et la réduction de l'influence des résonances peuvent être ainsi

facilement envisagés⁸. Nous devons cependant constater la très grande sensibilité de la dynamique aux forces hexapolaires : l'allure (repliement, extension spatiale) des cartes en fréquence des trois optiques présentées est complètement différente alors que les forces hexapolaires ont été faiblement modifiées.

Ces études devraient être complétées par le calcul de cartes en fréquence et d'ouvertures dynamiques *off momentum* pour évaluer l'impact des optiques sur l'efficacité d'injection et la durée de vie du faisceau. L'introduction de défauts magnétiques réalistes devrait permettre d'obtenir une estimation raisonnable des performances réelles de la machine en fonctionnement.

⁸Nous verrons plus tard que cette souplesse n'existe pas pour l'Advanced Light Source (ALS).

3.2 Super-ACO

3.2.1 Introduction

Super-ACO [75] est la première machine en France dédiée dès sa construction au rayonnement synchrotron. Mise en fonctionnement en 1987 afin de remplacer l'Anneau de Collision d'Orsay (ACO), Super-ACO est la première source de lumière ayant toutes ses sections droites libres équipées de dispositifs d'insertion⁹ ; à ce titre, c'est une machine intermédiaire entre la deuxième et la troisième génération (son émittance verticale est trop grande pour être classée dans la dernière catégorie). Les particules stockées sont des positrons.

3.2.2 Description d'une maille

Super-ACO est une machine d'énergie intermédiaire, $E = 800 \text{ MeV}$, constituée de quatre super-périodes (cf. synoptique de la machine 3.11). La maille standard, *i.e.* une super-période, suit une structure Chasman-Green avec un plan de symétrie (cf. schéma 3.12). Les principales caractéristiques de l'anneau de stockage sont rassemblées dans le tableau 3.3.

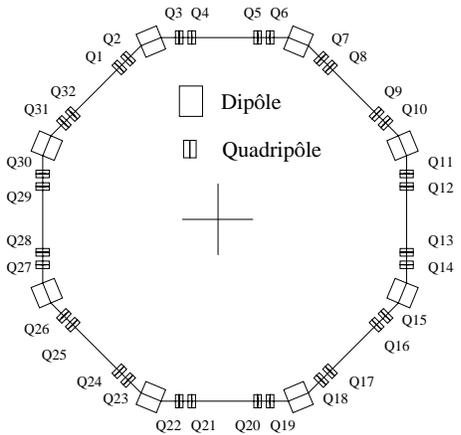


FIG. 3.11: Synoptique de Super-ACO. L'anneau possède une symétrie 4. Ses 32 quadripôles sont répartis en 4 familles. Chacun des 8 dipôles courbe la trajectoire d'une particule d'un angle moyen de 45° .

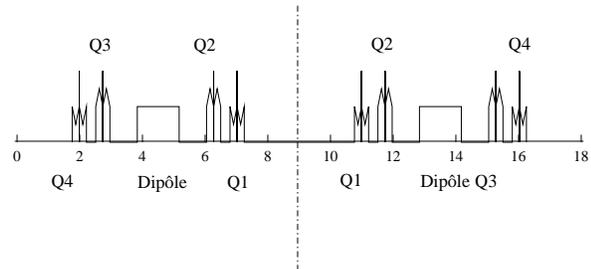


FIG. 3.12: Une des 4 mailles de Super-ACO à symétrie centrale. La structure suit un schéma de Chasman-Green (deux dipôles). Les familles de quadripôles $Q1$ et $Q2$ servent à ajuster les nombres d'ondes, la fonction dispersion est réglée avec les deux autres familles.

De par leurs particularités, il est intéressant de donner une brève description des différents éléments magnétiques de Super-ACO :

⁹Les dispositifs d'insertions sont des structures magnétiques périodiques installées dans les sections droites d'un anneau : ils permettent de renforcer le flux de photons émis dans une gamme d'énergie donnée. Ces éléments peuvent être classés dans deux catégories : les *onduleurs* et les *wigglers*.

- Les dipôles sont modélisés avec de forts champs de fuite¹⁰ qui induisent un glissement du nombre d’ondes vertical non négligeable de $\Delta\nu_y = -0.094$. La valeur de l’angle des coins des dipôles est ajustée sur les mesures expérimentales (Level et Nghiem, 1986). Pour obtenir la même avance de phase, l’angle n’est pas $\frac{\theta}{2} = 22.5^\circ$ mais $\frac{\theta^{mes}}{2} = 21.8^\circ$ (cf. le schéma d’un aimant à faces parallèles 2.2 p. 40).

Circonférence (m)	72.04
Energie (MeV)	800
Rayon de courbure des dipôles (m)	1.7
Fréquence de révolution (MHz)	4.162
Périodicité	4
Nombre de familles d’hexapôles	4

TAB. 3.3: Caractéristiques machine de Super-ACO.

- Un quadripôle combiné comprend (cf. schéma 3.13) une bobine principale pouvant créer un gradient maximum de $8 T.m^{-1}$, une bobine hexapolaire de champ maximum $11 T.m^{-2}$, une bobine dipolaire, pour compenser la composante dipolaire créée par la bobine hexapolaire et deux bobines de correction (pour correction dipolaire horizontale, dipolaire verticale ou quadripolaire). L’hexapôle (H) possède un terme décapolaire important simulé par une lentille décapolaire (LD). Le quadripôle est ainsi modélisé par un champ quadripolaire, une composante hexapolaire et une lentille décapolaire (cf. schéma équivalent 3.14).

Le point de fonctionnement est ajusté à l’aide des familles quadripolaires $Q1$ et $Q2$, la fonction dispersion à l’aide des familles $Q3$ et $Q4$.

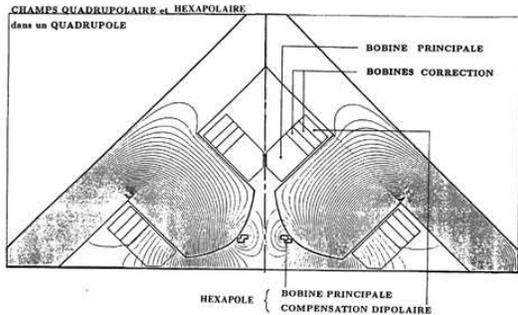


FIG. 3.13: Schéma d’une coupe d’un demi-quadripôle de Super-ACO. L’hexapôle est créé par un mauvais dipôle. Deux bobines de corrections peuvent être utilisées pour la correction dipolaire ou quadripolaire (extrait de Barthès *et al.*, 1990).

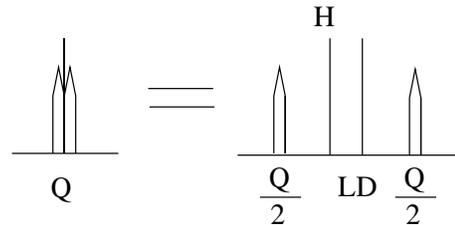


FIG. 3.14: Schéma équivalent d’un quadripôle combiné de Super-ACO. L’hexapôle (H) et le décapôle (LD) sont modélisés par des lentilles minces.

¹⁰L’approximation *hard-edge* doit être complétée, car le rayon de courbure de Super-ACO est faible. L’effet des champs de fuite est à prendre en compte pour des aimants de faible longueur et pour de grandes émittances (voir Papaphilippou, Wei et Talman, 2001).

- Les familles hexapolaires $H3$ et $H4$ situées dans l'*achromat*¹¹ sont utilisées pour ajuster les chromaticités ; les familles $H1$ et $H2$ sont réglées pour minimiser l'amplitude des résonances d'ordre trois induites par les hexapôles (Audy, 1989).
- Les forces intégrées décapolaires (LD) et hexapolaires (H) sont reliées par la relation $LD = -27H$ (Brunelle *et al.*, 1999 et communication personnelle de Pascale Brunelle).

L'ouverture physique horizontale est limitée par le *septum*¹² situé à -20 mm vers l'intérieur de l'anneau et vers l'extérieur par la chambre à vide à $+60$ mm. Verticalement, la limite est donnée par les dimensions de la chambre à vide dans les onduleurs, soit ± 15 mm.

3.2.3 Choix du logiciel de *tracking*

Pour effectuer cette étude, plusieurs logiciels pouvaient être utilisés¹³ :

- MAD8 : logiciel développé au CERN [50]
- BETA : logiciel développé au CEA [93]
- DESPOT : code de calcul développé au Lawrence Berkeley National Laboratory [42]

Le programme DESPOT a dû être abandonné dès le début pour cette étude, car il ne modélise pas les champs de fuite d'un dipôle : tout le code est écrit dans l'approximation des grandes machines.

Le programme BETA a l'inconvénient d'être lourdement interfacé et interactif, rendant son utilisation difficile pour des calculs longs tels ceux d'une carte en fréquence. Cependant étant utilisé au LURE, dans un premier temps, il n'a pas été écarté.

3.2.3.1 Symplecticité et champ de fuite avec le code BETA

L'ensemble de la discussion va porter sur une description de Super-ACO sans défaut, *i.e.* pour une machine idéale.

Lorsque les champs de fuite sont inclus dans le modèle de la dynamique, les calculs effectués avec le code BETA à l'ordre 2 ne sont plus symplectiques. En fait, leur inclusion dans le développement de Taylor d'ordre 2 « tue » la symplecticité de l'intégrateur (cf. Fig. 3.15). Si l'on appelle \mathcal{M} l'application de transfert et \mathbf{M} sa matrice jacobienne, alors par définition la transformation est symplectique si et seulement si (Goldstein, 1980) :

$${}^t\mathbf{M}\mathbf{S}\mathbf{M} = \mathbf{S} \quad \text{avec} \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} O_3 & I_3 \\ -I_3 & O_3 \end{pmatrix}$$

avec I_3 et O_3 respectivement les matrices identité et nulle de rang 3. Ces conditions de symplecticité se traduisent par 15 relations pour un système à 3 degrés de liberté. Dans le logiciel BETA, la matrice de transfert prend en compte les termes du second ordre. Ainsi programmé, le nombre de relations de symplecticité est plus élevé (quelques conditions devant être théoriquement nulles, si le schéma d'intégration est symplectique, sont données par le

¹¹L'achromat correspond à la région de l'anneau où la fonction dispersion est non nulle.

¹²Le septum est un dispositif magnétique de déflexion permettant l'injection ou l'extraction du faisceau.

¹³Lorsque cette étude a été entreprise, je n'avais pas encore écrit d'intégrateur.

tableau 3.4). Il ne faut donc pas utiliser BETA au second ordre pour Super-ACO mais utiliser l'ordre dit *scaling*¹⁴ qui prend correctement en compte les champs de fuite.

Avec champs de fuite		Conditions de symplecticité		
1.07E-09	-9.41E-09	3.72E-08	3.27E-04	6.04E-03
6.04E-03	-1.24E-02	1.77E-02	-2.80E-01	4.79E-04
1.77E-02	-3.55E-14	-1.07E-13	1.56E-13	
Sans champ de fuite		Conditions de symplecticité		
1.07E-09	-9.41E-09	3.72E-08	4.44E-16	-5.84E-14
-1.46E-13	-1.42E-12	-2.61E-13	1.58E-11	-5.33E-15
6.39E-14	-8.70E-14	-3.23E-13	1.58E-13	

TAB. 3.4: Variations des conditions de symplecticité avec et sans champ de fuite dans les dipôles de Super-ACO (calculs avec le code BETA). Normalement, toutes ces conditions devraient être proche d'un zéro numérique.

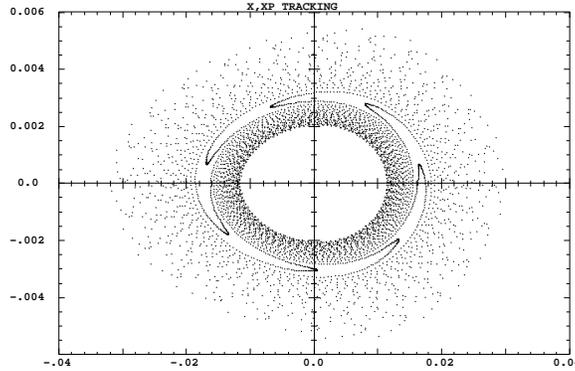


FIG. 3.15: Un exemple de non symplecticité : une particule test de conditions initiales $x_0 = 3$ cm et $x'_0 = 0$ est intégrée sur 5 000 tours au second l'ordre avec le code BETA. Normalement, la trajectoire des phases devrait être une ellipse passant par la condition initiale (le système est dans ce cas à un degré de liberté). On observe au contraire une trajectoire spirale vers le centre de l'espace des phases (x, x') comme en présence d'un terme d'amortissement. Les points de la trajectoire ne sont pas reliés par soucis de lisibilité.

3.2.3.2 Symplecticité et faible rayon de courbure

Si les champs de fuite des dipôles sont négligés, au second ordre, le système intégré reste symplectique (comme on l'attend), mais uniquement à très faible amplitude (*e.g.* $x_0 = 1$ mm). Par contre dès $x_0 > 5$ mm, l'espace des phases se peuple de trajectoires spirales caractéristiques ici encore de la non-symplecticité. Après quelques discussions fructueuses avec J. Payet,

¹⁴Premier ordre avec prise en compte des lentilles multipolaires (hexapôles, $2n$ -pôles) et des champs de fuite. Mélange entre premier et deuxième ordre du développement de Taylor autour de l'orbite fermée, l'ordre *scaling* a été conçu pour optimiser le temps de calcul lors de la conception d'un accélérateur.

il s'avère que la seconde raison de non-symplecticité est le faible rayon de courbure de Super-ACO, $\rho_c = 1.7$ m. Notons cependant que ce problème est général pour pratiquement tous les logiciels de *tracking* — second ordre de MAD compris — car l'approximation des grands rayons de courbure, abusivement utilisée, est souvent oubliée.

La conclusion est l'obligation d'utiliser le code BETA à l'ordre *scaling* pour tous les calculs de Super-ACO.

3.2.3.3 Notes sur l'ordre *scaling* de BETA

Une fois ces premiers problèmes cernés, une comparaison des résultats obtenus avec les logiciels BETA et MAD a été réalisée. Rappelons que parmi les critères recherchés, la rapidité de calcul et la validité du code à grandes amplitudes sur un grand nombre de tours sont primordiales pour utiliser l'Analyse en Fréquence.

La figure 3.16 illustre un bogue lors du calcul de la contribution des multipôles dans BETA. Alors qu'à l'ordre *scaling*, les résultats devraient être strictement identiques en mode¹⁵ XZ ou QXZ, ils sont totalement dissemblables, en particulier pour la variation du nombre d'ondes horizontal avec l'amplitude. Après discussion avec J. Payet, il s'avère que les calculs doivent être réalisés en mode XZ (plus lent que le mode QXZ mais « moins imprécis »!).

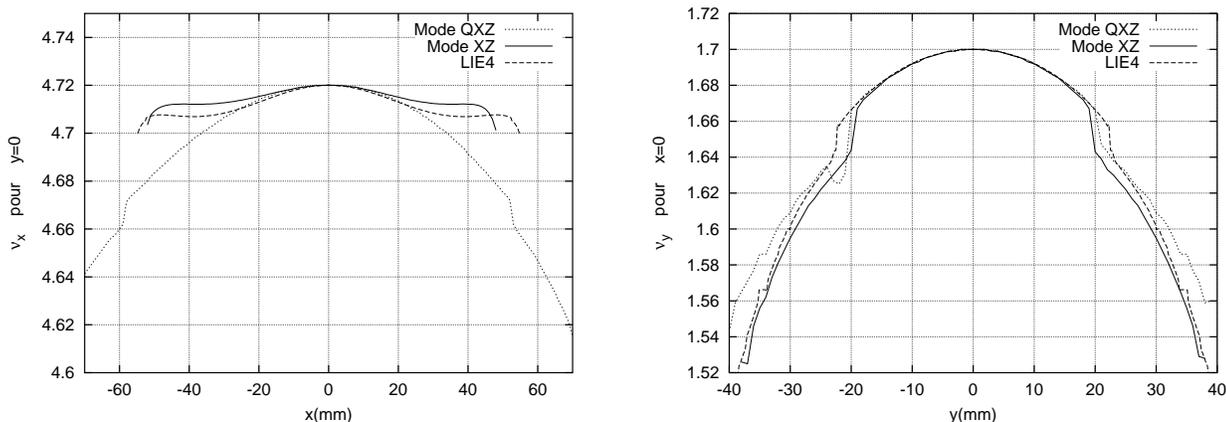


FIG. 3.16: Comparaison des glissements des nombres d'ondes calculés à l'ordre *scaling* en mode QXZ, XZ de BETA et avec l'intégrateur LIE4 de MAD sur 1 000 tours de Super-ACO. Les calculs des décipôles ne sont pas corrects à grandes amplitudes ($x > 20$ mm) avec le code BETA (cf. faible rayon de courbure de l'anneau).

Ajoutons enfin, que l'ordre *scaling* est une approximation qui est valide seulement à faible amplitude. En comparant les résultats entre BETA et MAD, il s'avère que les résultats diffèrent dès $x = \pm 20$ mm¹⁶, amplitude relativement faible puisque l'acceptance physique de la machine est +60 mm! Au-delà, les résultats de BETA sont complètement faux, car les approximations de calcul ne sont plus vérifiées.

¹⁵Il s'agit de « modes de *tracking* » spécifiques au logiciel BETA.

¹⁶Estimation du domaine de validité de BETA en fonction du rayon de courbure (ρ_c) de l'anneau et de l'amplitude maximum (x_{max}) pour laquelle les calculs sont corrects : $\frac{x_{max}}{\rho_c} = \frac{0.02}{1.7} \approx 1\%$.

Dans la suite, sauf cas explicitement dit, je n'utilise plus que l'intégrateur LIE4 de MAD qui est assez lent mais « exact » à grande amplitude car symplectique d'ordre quatre.

Pour finir, remarquons qu'on n'observe pas de différence notable pour le calcul de $\nu_y = f(y)$ avec BETA mode QXZ, XZ ou LIE4 de MAD. Ce résultat se comprend immédiatement, car les lentilles décapolaires induisent le champ magnétique suivant :

$$\begin{cases} B_x &= b_5(x^4 + y^4 - 6x^2y^2) \\ B_y &= b_5(4x^3y - 4xy^3) \end{cases} \quad (3.1)$$

où b_5 est la force octupolaire (cf. l'expression générale 1.46 du champ magnétique, p. 15). Or les calculs précédents ont été réalisés pour $x = 0$ ou $y = 0$ (couplage non pris en compte dans ce type de calcul par le code BETA); les champs magnétiques se simplifient dans le premier cas à $(B_x, B_y) = b_5(y^4, 0)$ et dans le second cas à $(B_x, B_y) = b_5(x^4, 0)$. Donc, il n'y a pas d'influence notable dans le plan vertical.

Malgré ses qualités, le code BETA n'est pas adapté pour effectuer de longues intégrations numériques et des optimisations à grandes amplitudes (pour une machine à faible rayon de courbure). D'ailleurs, il n'a pas été écrit dans cette optique (cf. les approximations réalisées).

3.2.4 Machine idéale

Super-ACO est considéré comme machine parfaite, *i.e.* sans défauts avec sa 4-périodicité. Les onduleurs ou wigglers ne sont pas modélisés et de plus les forces des lentilles décapolaires sont surestimées¹⁷ d'un facteur 2.5 : $LD = -70H$.

3.2.4.1 Optique

Le point de fonctionnement a pour nombres d'ondes $\nu_x = 4.72$ et $\nu_y = 1.70$ et les hexapôles chromatiques sont ajustés pour une chromaticité nulle dans les deux plans (tableau 3.5). L'ensemble des calculs est réalisé pour des particules d'énergie nominale ($\delta = 0$). Les fonctions optiques pour une super-période sont données par la figure 3.17.

¹⁷Modèle utilisé jusqu'en l'an 2000.

ν_x, ν_y	4.72, 1.70
ξ_x, ξ_y	0.0, 0.0
ν_s	0.0034
ϵ_x (nm.rad)	38
T_{amort} (tours)	75 000

TAB. 3.5: Caractéristiques faisceau de l’anneau considéré comme machine idéale avec sa 4-périodicité. La fréquence longitudinale (ν_s) est 1 000 fois plus faible que les nombres d’ondes. Avec une grande émittance (ϵ_x), le faisceau de Super-ACO est amorti au bout d’un grand nombre de tours (T_{amort}).

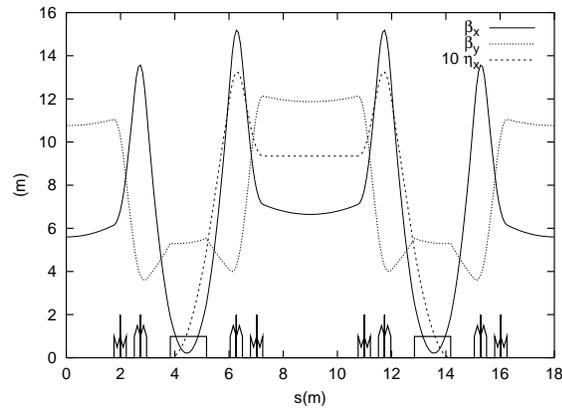


FIG. 3.17: Fonctions optiques pour une des quatre super-périodes de Super-ACO : machine idéale.

Les calculs effectués avec le logiciel BETA diffèrent de ceux du logiciel MAD tout particulièrement pour des intégrations à grandes amplitudes. Nous l’avons déjà vérifié dans la section précédente. Les courbes de glissement des nombres d’ondes (Fig. 3.18) sont obtenues en utilisant l’intégrateur LIE4 de MAD.

Il est intéressant de comparer les ouvertures dynamiques calculées avec le logiciel BETA et avec le code MAD (Fig. 3.19). La méthode de calcul de l’ouverture dynamique de BETA et celle présentée avec MAD sont radicalement différentes. La philosophie de BETA est de ne tracer que le bord de l’ouverture dynamique selon le schéma suivant. On se donne une amplitude y à x fixé, on commence l’intégration, si l’on est stable (resp. instable), on incrémente (resp. décrémente) y jusqu’à être instable (resp. stable). Ensuite, x est incrémenté et l’on réitère le processus précédent. Notons que par cette méthode, on n’explore pas l’intérieur de l’ouverture dynamique qui peut alors contenir des régions conduisant à des mouvements instables. Un des points forts de cette méthode est la rapidité du temps de calcul qui permet de l’utiliser pour l’optimisation d’une machine pour un faible nombre de tours.

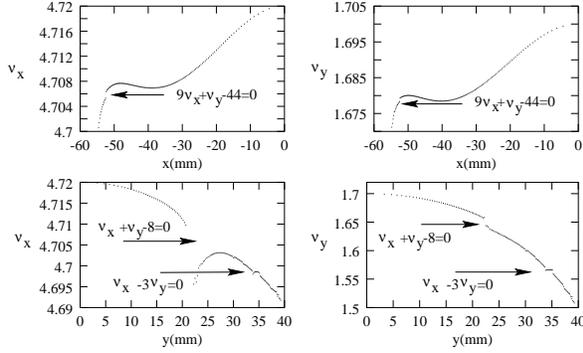


FIG. 3.18: Maille idéale de Super-ACO : Glissement des nombres d'ondes avec l'amplitude obtenus avec le programme MAD (LIE4) sur 1 000 tours (à couplage faible $1 \mu m$).

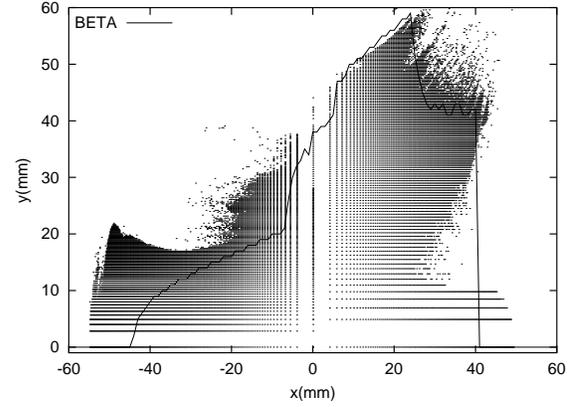


FIG. 3.19: Ouverture dynamique de Super-ACO ($\beta_x = 5.6 \text{ m}$ et $\beta_y = 10.8 \text{ m}$) obtenue avec les codes BETA (contour, calcul rapide) et MAD sur 1 000 tours (calcul long).

Dans le second cas, on n'utilise MAD que pour réaliser l'intégration numérique de la trajectoire. On se donne une grille de conditions initiales $(x_0, x'_0, y_0, y'_0) = (x, 0, y, 0)$ et pour chaque nœud du maillage, on effectue l'intégration et l'on ne garde que les conditions initiales qui ont conduit à un mouvement stable. Ce type de calcul est beaucoup plus long, mais il est exhaustif au sens où l'on est assuré de ne pas avoir de région instable contenue dans l'ouverture dynamique, pourvu que le maillage soit assez fin (typiquement 150×150 conditions initiales avec un pas suivant une loi en racine carrée).

Dans la présente étude, cette méthode donne des résultats peu différents qualitativement mais complètement différents quantitativement (bijection entre ouverture dynamique et carte en fréquence, localisation des résonances, stabilité).

3.2.4.2 Dynamique

L'ouverture dynamique (figure 3.20-d) et la carte en fréquence (figure 3.20-c) ont été calculées en intégrant la trajectoire de 150×150 conditions initiales réparties dans le premier quadrant ($x > 0, y > 0$) de l'espace des configurations $(x, y) \in [0, 50] \times [0, 60] \text{ mm}$. L'intégration est effectuée sur deux fois 1 000 tours. Les 1 000 premiers tours sont utilisés pour calculer les fréquences associées au mouvement d'une particule survivante et les 1 000 suivants pour calculer la diffusion de l'orbite. Ce choix n'est pas arbitraire mais est justifié par une rapide convergence de l'application fréquence. Rappelons que, grâce aux propriétés de l'Analyse en Fréquence, l'on est dispensé de réaliser une intégration numérique des trajectoires pour un nombre de tours de 75 000 correspondant au temps d'amortissement de Super-ACO.

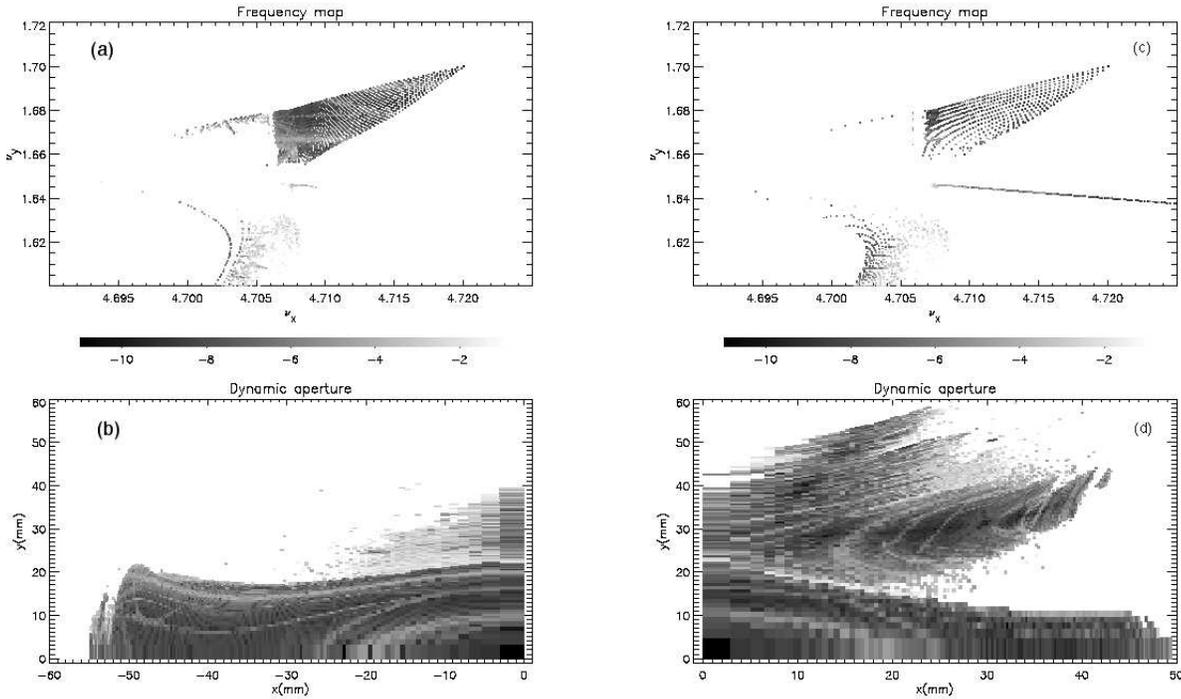


FIG. 3.20: Cartes en fréquence (c et a) tracées pour le premier ($x > 0$, $y > 0$) et second ($x < 0$, $y > 0$) quadrant de l'ouverture dynamique (d et b). Super-ACO est modélisé comme machine idéale $\beta_x = 5.6$ m et $\beta_y = 10.8$ m). Le point de fonctionnement est le coin supérieur droit de la carte. La dynamique est principalement dominée par la résonance d'ordre 3 ($\nu_x + 2\nu_y - 2 \times 4 = 0$) qui donne la limite verticale de l'ouverture dynamique ($y = 20$ mm). Toute la partie $y > 20$ mm sur l'ouverture dynamique (d) correspond à l'île de cette résonance. La diffusion est codée en niveaux de gris suivant une échelle logarithmique.

Nous pouvons succinctement commenter l'ouverture dynamique calculée (Fig. 3.20-d) :

A première vue, l'ouverture dynamique semble très grande : extension horizontale jusqu'à 50 mm et verticale au-delà de 50 mm. Cependant, on observe que pour des conditions initiales verticales (y) excédant 23 mm (pour $x=0$ mm), la zone de stabilité résiduelle n'est qu'une immense île de résonance ($\nu_x + 2\nu_y - 2 \times 4 = 0$). De plus aux grandes amplitudes, la diffusion est importante.

Une étude plus fine permet d'affirmer que toutes les particules survivantes ayant des conditions initiales dans la sus-dite zone ont leurs nombres d'ondes situés soit sur la résonance principale soit au-delà.

En conclusion, les dimensions de l'ouverture dynamique pour le premier quadrant ($x > 0$, $y > 0$) doivent être ramenées à des valeurs plus raisonnables : $[0, 50] \times [0, 23]$ mm.

La carte en fréquence associée (Fig. 3.20-c) a également une grande extension dans l'espace des fréquences. La figure 3.20-c ne la montre pas dans sa totalité : elle est tronquée dans sa partie basse qui s'étend jusqu'à $\nu_y = 1.51$. Cependant cette partie n'a pas d'intérêt pour la dynamique, car elle ne sera jamais atteinte pour la machine réelle (hors de l'ouverture physique, la résonance principale ne peut être traversée). La description de la carte en fréquence peut être décomposée en deux parties séparée par la résonance $\nu_x + 2\nu_y - 2 \times 4 = 0$ (voir aussi Fig. 3.21 et les cartes en couleur B.3) :

(1) une première partie au voisinage du point de fonctionnement $(\nu_x, \nu_y) = (4.72, 1.70)$, coin supérieur droit de la figure. Cette partie est très régulière avec une diffusion faible (équi-partition des points, diffusion faible : $D < -5$).

(Frontière 1-2) la dynamique est dominée par la résonance systématique d'ordre 3, $\nu_x + 2\nu_y - 2 \times 4 = 0$. En pratique, en son voisinage, on observe une grande vitesse d'éjection des particules. Sur la carte en fréquence soit les particules sont capturées dans l'île de résonance soit il y a désertion de points : très proche de la résonance, la diffusion est très élevée ($D > -3$) correspondant à la proximité des zones hyperboliques associées à la résonance (les particules vont être perdues si l'intégration est poursuivie). La largeur de la résonance est grande : $\Delta\nu \approx 0.01$.

(2) au-delà de la résonance d'ordre 3, la diffusion est importante, la stabilité est faible (les particules ayant des amplitudes initiales horizontales presque nulles sont tout de même stables). Les résonances révélées par la carte en fréquence sont répertoriées dans le tableau 3.6 et localisées sur la figure 3.21.

$p\nu_x + q\nu_y + r' \times 4 = 0$	Ordre
$\nu_x + 2\nu_y - 2 \times 4 = 0$	1 :2 :-2
$3\nu_x - 6\nu_y - 4 = 0$	3 :-6 :2
$\nu_x - 4\nu_y + 2 = 0$	1 :-4 :2
$6\nu_x + 4\nu_y - 35 = 0$	6 :4 :-7
$\nu_x - 7\nu_y + 7 = 0$	1 :-7 :4
$3\nu_y - 5 = 0$	0 :3 :-2
$\nu_x + 8\nu_y - 18 = 0$	1 :8 :-6
$7\nu_x - 33 = 0$	7 :0 :5
$9\nu_x + \nu_y - 4 \times 11 = 0$	9 :1 :-7

TAB. 3.6: Principales résonances identifiées sur la carte en fréquence de Super-ACO modélisé comme machine idéale. Des résonances d'ordres aussi bien faibles qu'élevés sont observées (origine : les hexapôles).

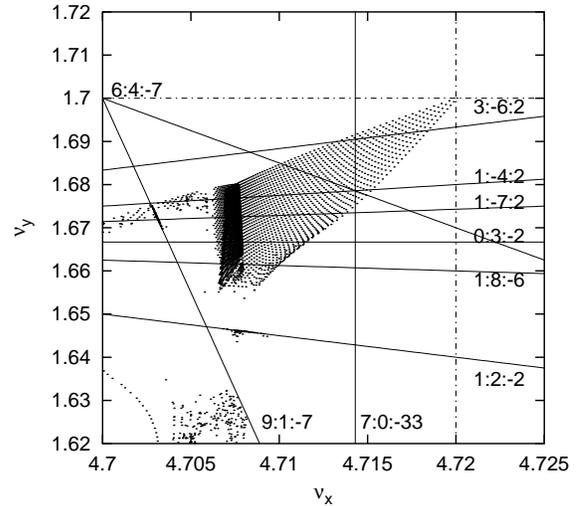


FIG. 3.21: Résonances principales (traits pleins) et point de fonctionnement (traits pointillés) pour Super-ACO modélisée comme machine idéale. La carte en repliée sur elle-même pour $\nu_x \approx 4.7075$.

La carte en fréquence est repliée dans la région $\nu_x \approx 4.7075$ (cf. Fig. 3.21). Il semble qu'au-delà de ce repliement plus aucune trajectoire ne soit stable. Ce repliement correspond dans l'ouverture dynamique aux amplitudes horizontales supérieures à 30 mm (cf. Fig. 3.20-d).

La figure 3.20-b exhibe le second quadrant ($x < 0, y > 0$) de l'ouverture dynamique. La carte en fréquence (figure 3.20-a) est bien entendu inchangée si ce n'est le caractère hyperbolique ou elliptique des résonances rencontrées (et l'échantillonnage dans l'espace des fréquences).

L'ouverture dynamique négative a comme extension $[-55, 0] \times [0, 23]$ mm. Comme précédemment, toutes les conditions initiales des particules au deçà de la résonance principale $\nu_x + 2\nu_y - 2 \times 4 = 0$ conduisent à des mouvements peu stables ($D > -3$).

3.2. SUPER-ACO

La résonance principale, $\nu_x + 2\nu_y - 2 \times 4 = 0$, est maintenant de nature hyperbolique : c'est pourquoi on n'observe plus d'île de résonance dans l'ouverture dynamique.

3.2.4.3 Défauts de gradients des quadripôles droits

La modélisation de Super-ACO peut être améliorée en introduisant les défauts de gradient des quadripôles droits. Les valeurs utilisées sont celles mesurées en 1990 (Barthès *et al.*, 1990) sur l'ensemble des quadripôles de la machine pour un point de fonctionnement équivalent.

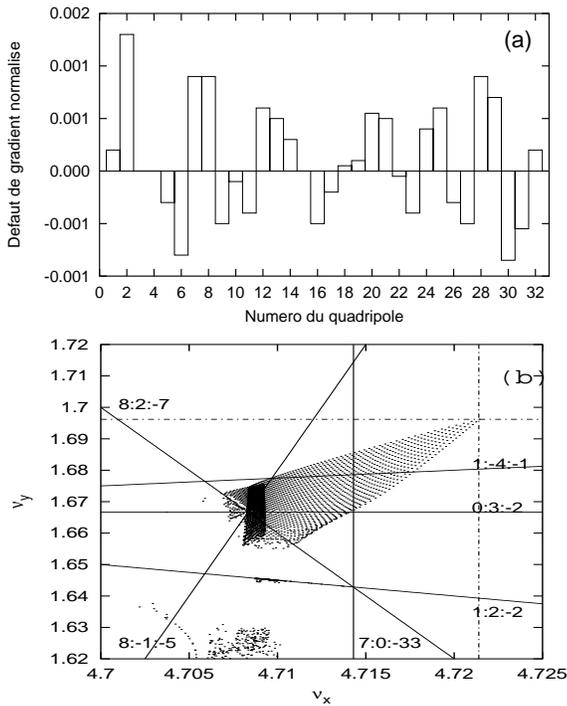


FIG. 3.22: (a) Ecart entre le gradient mesuré et nominal de chaque quadripôle normalisé par le gradient nominal du quadripôle 3 (mesures magnétiques aléatoires de l'ordre du pour mille, Barthès *et al.*, 1990). (b) Carte en fréquence de Super-ACO et résonances (traits pleins) identifiées lorsque les défauts de gradients sont modélisés. Le point de fonctionnement est le coin supérieur droit de la carte.

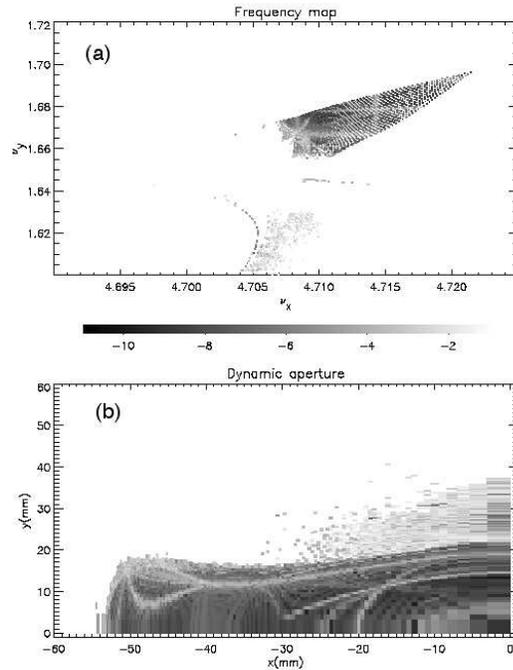


FIG. 3.23: Carte en fréquence (a) et ouverture dynamique (b) calculées en incluant dans le modèle les mesures magnétiques des quadripôles droits de Super-ACO ($\beta_x = 5.8$ m et $\beta_y = 10.8$ m). La diffusion est globalement plus élevée, les largeurs de résonances plus grandes. L'influence des défauts magnétiques reste faible (mêmes dimensions de l'ouverture dynamique).

La figure 3.22 indique les valeurs relatives des gradients de chacun des 32 quadripôles de Super-ACO en prenant le troisième quadripôle comme référence. Ces valeurs sont aléatoires et relativement faibles (de l'ordre du pour mille) ; la dynamique globale devrait être peu modifiée bien que la périodicité de l'anneau soit réduite de 4 à 1 : de nouvelles résonances devraient apparaître .

En comparant les cartes en fréquence et ouvertures dynamiques de la machine idéale (Fig. 3.20-a et b) et de la machine avec les défauts de gradients déduits des mesures magnétiques (Fig. 3.23), plusieurs remarques peuvent être faites (voir aussi la carte en couleur B.4).

Le point de fonctionnement est légèrement différent : $(\nu_x = 4.7214, \nu_y = 1.6962)$, contre auparavant $(\nu_x = 4.7201, \nu_y = 1.7005)$; toutes les résonances vont être atteintes avec des amplitudes plus faibles. Cette différence s'explique par la modification des gradients des familles quadripolaires $Q1$ et $Q2$ (le point de fonctionnement n'a pas été réajusté après l'introduction des défauts).

L'ouverture dynamique est très légèrement réduite. La diffusion est partout plus élevée et en particulier au voisinage des lignes de résonance (cf. Fig. 3.22-b) et au-delà de la résonance d'ordre 3 $\nu_x + 2\nu_y - 2 \times 4 = 0$ (grandes amplitudes). Le nœud des résonances d'ordre 3, $3\nu_y - 5 = 0$, 9, $8\nu_x - 1\nu_y - 9 \times 4 = 0$, 10, $8\nu_x + 2\nu_y - 41 = 0$ et 7, $7\nu_x - 33 = 0$ est excité.

En conclusion, une détérioration globale de la dynamique est observée mais elle reste faible.

3.2.5 Machine nominale

3.2.5.1 Optique

Suite aux études précédentes, nous souhaitons calculer une carte en fréquence correspondant aux conditions expérimentales nominales en termes de chromaticités, valeurs de courants quadripolaires et hexapolaires. Peut-être comprendrions-nous alors mieux les performances actuelles de Super-ACO. Seuls les dispositifs d'insertions n'ont pas été modélisés.

Super-périodes	4
ν_x, ν_y	4.725, 1.698
ξ_x^{red}, ξ_y^{red}	0.275, 0.766
ν_s	0.0034
α_p	1.48×10^{-2}
ϵ_x (nm.rad)	35
Ouv. Phys. Hori. (mm)	-20+60 (septum)
Ouv. Phys. Vert. (mm)	-15+15 (onduleur)

TAB. 3.7: Caractéristiques machine nominale de Super-ACO. Les dimensions de l'ouverture physique sont données dans les sections droites de l'anneau.

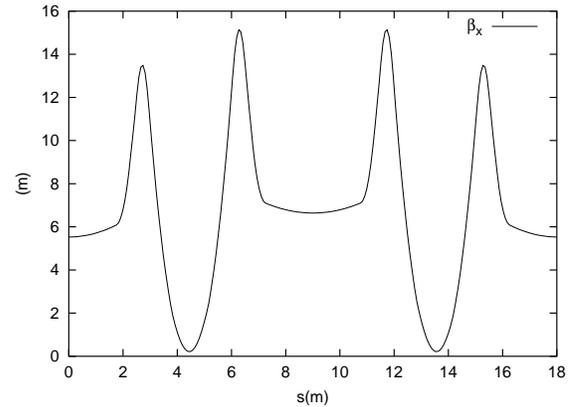


FIG. 3.24: Fonctions optiques sur une super-période de Super-ACO : réglage nominal.

Le point de fonctionnement a pour nombres d'ondes : $\nu_x = 4.725$ et $\nu_y = 1.698$ (cf. tableau 3.7). Les valeurs des chromaticités réduites désormais non nulles, $\xi_x^{red} = 0.275$ et $\xi_y^{red} = 0.766$, sont réglées par ajustement des forces de deux familles hexapolaires $H3$ et $H4$. Les valeurs des courants des quadripôles et hexapôles sont données dans le tableau 3.8 et les fonctions optiques par la figure 3.24. La fonction dispersion est toujours nulle en dehors des achromats.

Quadripôles	Courant (A)	Gradient normalisé (m^{-2})
Q1	222,25	-1,463349
Q2	400,22	2,606294
Q3	379,77	2,478277
Q4	215,50	-1,418968
Hexapôles	Courant (A)	Force intégrée (m^{-3})
H1	54	0,249077
H2	100	0,461255

TAB. 3.8: Valeurs expérimentales des courants et champs magnétiques pour les quatre familles de quadripôles (Q1, Q2, Q3, Q4) et les deux familles hexapolaires non chromatiques le point nominal de Super-ACO.

3.2.5.2 Dynamique

Les glissements de nombres d'ondes avec l'amplitude sont donnés en comparaison avec ceux calculés par le code BETA (Fig. 3.25).

L'ouverture dynamique est réduite dans le plan horizontal à -30 mm (cf. Fig. 3.26-b). La carte en fréquence (cf. Fig. 3.26-a, voir aussi la carte en couleur B.5) présente un repliement important, sa lecture est alors difficile. La dynamique est fortement marquée par la résonance d'ordre 3, $3\nu_x - 5 = 0$ qui limite l'ouverture dynamique verticale à 20 mm. Il faut cependant noter qu'en expérience, l'ouverture dynamique verticale mesurée est bien plus petite, de l'ordre de 12 mm (l'ouverture physique est à 15 mm).

3.2.6 Premières conclusions

Nous avons vu que Super-ACO est une machine singulière de par son faible rayon de courbure, ses champs de fuite et coins dipolaires non négligeables. L'approximation traditionnelle des grandes machines n'est plus valable et l'approximation *hard edge* n'est plus suffisante. Nous avons insisté également à plusieurs reprises sur le fait que le code BETA n'est pas adapté pour réaliser des études d'optimisation de la dynamique à long terme et pour des amplitudes supérieures à environ 20 mm pour une machine telle que Super-ACO, même si l'optique linéaire est toujours bien traitée.

Des cartes en fréquence et ouvertures dynamiques ont été calculées pour différentes configurations machines qui juste qu'en l'an 2000 étaient considérées comme reflétant la machine en fonctionnement. Cependant, cette étude n'a pas permis d'expliquer correctement certaines observations expérimentales. En effet, l'ouverture dynamique est limitée dans le plan vertical en expérience, la dynamique du faisceau est sensible à une résonance d'ordre 3 ($3\nu_y = 5$). Or nous n'avons pas réussi à confirmer ses observations (à faibles amplitudes) à partir du modèle de l'anneau.

Un problème crucial est de pouvoir arriver à définir un modèle aussi réaliste que possible de l'anneau de stockage. Ce besoin se justifie, car d'une part, il permettrait de mieux prédire le comportement de la machine réelle et d'autre part de pouvoir rapidement identifier les causes d'une modification des performances de l'accélérateur.

Il est utile de dresser un bref tableau des principaux accords et désaccords entre le modèle actuel et l'expérience — en nous restreignant à la seule dynamique transverse —.

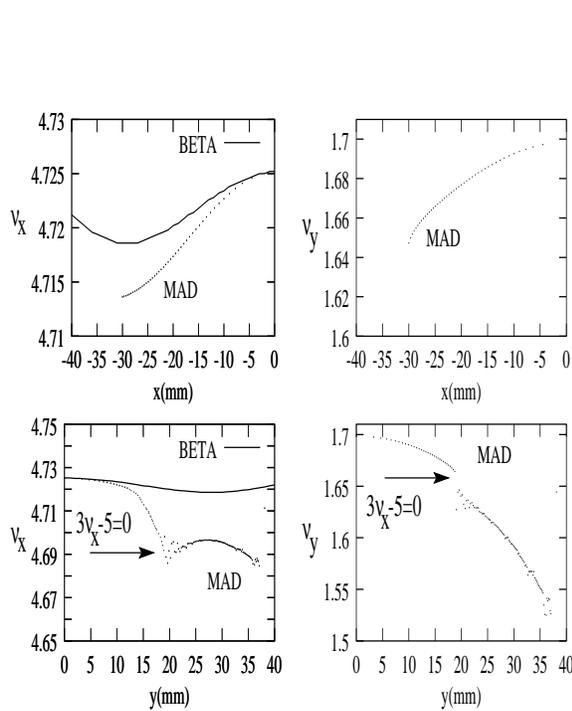


FIG. 3.25: Glissement des nombres d'ondes ν_x et ν_y avec l'amplitude : calculs effectués avec l'intégrateur LIE4 de MAD et l'ordre *scaling* de BETA sur 1 000 tours de l'anneau Super-ACO. A grande amplitude ($|x| > 20$ mm), le désaccord est flagrant : les lentilles décapolaires ne sont plus correctement prises en compte par le code BETA (la résonance $3\nu_x - 5 = 0$ n'est donc pas observée).

Nous disposons d'un excellent modèle de l'optique linéaire : point de fonctionnement, faible battement des fonctions bêtrons, bonne efficacité des correcteurs dipolaires utilisés pour corriger l'orbite fermée.

Les valeurs des coins et champs de fuite des dipôles ont été ajustées sur l'expérience (Level et Nghiem, 1986). La caractérisation nonlinéaire des forces des quadripôles et hexapôles a été faite en 1989 par P. Nghiem, des mesures magnétiques sur banc d'essai à la fin des années 1990 (Barthès *et al.*, 1990). Le glissement des nombres d'ondes avec l'énergie est également en accord avec les mesures expérimentales suite à l'introduction d'une composante décapolaires induites par les hexapôles qui sont créés par un « mauvais dipôle » (Brunelle *et al.*, 1999). Un important travail de caractérisation de l'impact des éléments d'insertion sur la dynamique transverse a été réalisé à Super-ACO (Brunelle, 1992, Sommer *et al.*, 1992)

Par contre, les mesures de durée de vie Touschek, de valeurs de chromaticités, de taille de l'ouverture dynamique et d'acceptance en énergie ne sont pas encore bien comprises.

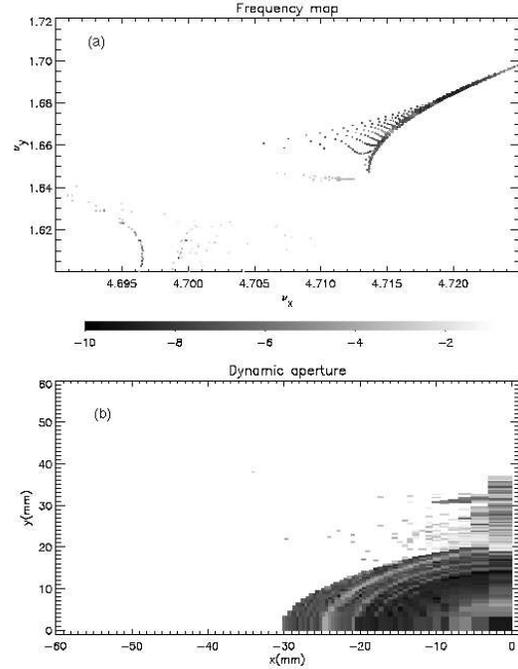


FIG. 3.26: Super-ACO deuxième quadrant ($x < 0$, $y > 0$) : carte en fréquence et ouverture dynamique pour le point de fonctionnement nominal ($\beta_x = 5.5$ m et $\beta_y = 11.5$ m). La carte en fréquence est très compacte : peu de résonances sont rencontrées. Il est difficile de comprendre avec cette modélisation les observations expérimentales.

Nous devons également rappeler que Super-ACO n'est pas équipé de moniteur de position tour par tour ni de perturbateur vertical. Si bien qu'aucune caractérisation de la variation des nombres d'ondes avec l'amplitude n'a été réalisée (nous verrons qu'une des caractéristiques de l'ALS est de disposer d'un grand nombre d'outils de diagnostic et d'exploration de la dynamique de l'anneau).

Dans la seconde partie dédiée aux résultats expérimentaux, nous verrons comment nous pouvons améliorer le modèle de Super-ACO. La première idée sera d'obtenir une estimation réaliste des défauts magnétiques de la machine. Peut-être, qu'à l'image de l'ALS (voir page 105 sqq.), la dynamique se trouverait fortement modifiée. Puis, nous explorerons la dynamique de l'anneau à travers les glissements des nombres d'ondes avec l'amplitude horizontale en utilisant une électrode tour par tour, le perturbateur horizontal et l'Analyse en Fréquence.

3.3 L'ESRF

3.3.1 Optique

L'installation européenne de radiation synchrotron (European Synchrotron Radiation Facility, ESRF [38] et [37]) est actuellement la meilleure source de lumière de troisième génération en termes de performances. Mise en service en 1992 (premiers photons), l'optique possède une périodicité 16, ce qui permet de réduire drastiquement le nombre de résonances permises. La maille suit un schéma Chasman-Green avec dispersion distribuée et des sections droites alternant faibles et grandes fonctions bêta-trons (cf. Fig. 3.27). En opération, il est nécessaire de surcompenser les chromaticités à des valeurs légèrement positives. Les principaux paramètres de l'ESRF sont donnés par le tableau 3.9. L'acceptance en énergie mesurée est de $\pm 2\%$, l'injection est réalisée au voisinage du point ($x = -19, y = 0$) mm.

Energie (GeV)	6
Circonférence (m)	844
Dispersion en énergie	1×10^{-4}
Emittance (nm.rad)	4
Chromaticités réduites	0.1, 0.4
Point de fonctionnement	36.44, 14.39
Ouverture physique (mm)	$-19/35, \pm 4$
Familles hexapolaires	6
Périodicité	16

TAB. 3.9: Principaux paramètres de l'ESRF

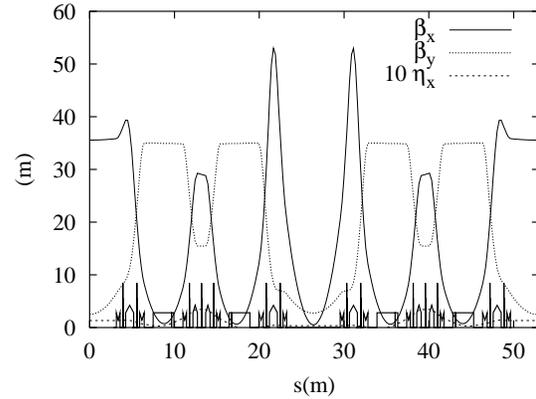


FIG. 3.27: Fonctions optiques de l'ESRF

La présente étude est restreinte aux deux jeux hexapolaires nominaux. Expérimentalement, le second semble meilleur pour un fort courant par paquet où la durée de vie est plus courte (communication personnelle de A. Ropert, 1999). Nous allons essayer de le comprendre à travers l'Analyse en Fréquence. L'intégration numérique a été effectuée avec le programme MAD version 8 [50] pour des particules *on* et *off momentum*, sur deux fois 1 000 tours d'une machine constituée d'une seule super-période, soit 125 tours de machine réelle. Le temps d'amortissement de l'ESRF est d'environ 2 000 tours.

3.3.2 Premier jeu hexapolaire

3.3.2.1 Dynamique *on momentum*

La figure 3.28 exhibe l'ouverture dynamique *on momentum* de l'ESRF ; à première vue, elle semble très grande, irrégulière, fortement marquée par les résonances et dissymétrique : $[-56, 42]_{y=0} \times [-16, 16]_{x=0}$ mm ($\beta_x = 36$ m et $\beta_y = 2.5$ m). Néanmoins, ces dimensions sont beaucoup trop optimistes et doivent être réduites. En effet, une analyse plus détaillée de l'intérieur de l'ouverture dynamique révèle de nombreux îlots de résonance.

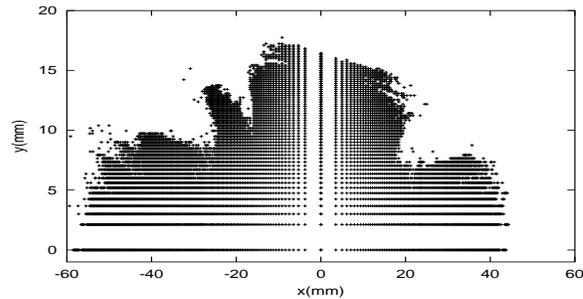


FIG. 3.28: Ouverture dynamique de l'ESRF : premier jeu hexapolaire, section de Poincaré en $s = 0$ ($\beta_x = 35.6 m$ et $\beta_y = 2.5 m$). Bien que très grande, elle est irrégulière, fortement marquée par les résonances et dissymétrique.

Pour lever toute hypothétique interrogation au sujet des calculs des cartes en fréquence, je rappelle au lecteur que la dynamique de la particule ne change pas si les conditions initiales des particules sont choisies dans le quart de l'espace des configurations ($x > 0, y > 0$) ou ($x < 0, y > 0$).

La lecture d'une carte en fréquence de l'ESRF (Fig. 3.29-a, voir aussi les cartes B.10) est plus délicate que celle de SOLEIL, puisque la carte présente un repliement important. Afin de faciliter la lecture, la carte peut être divisée en deux parties (voir Fig. 3.30) :

- *première partie : autour du point de fonctionnement* (Fig. 3.30-a,b), *i.e.* le coin supérieur droit qui s'étend jusqu'à des amplitudes de 20 mm selon x ; les limites sont données par la résonance entière $\nu_x - 36 = 0$ et l'amplitude verticale $y \approx 7$ mm ; la diffusion y est faible. Notons cependant la présence de la résonance d'ordre 5, $3\nu_x - 2\nu_y - 5 \times 16 = 0$ atteinte pour $x = 17$ mm dans l'espace des configurations ($x = -20$ mm si l'on considère l'ouverture dynamique négative).
- *deuxième partie : au-delà* (Fig. 3.30-c,d) où le glissement des nombres d'ondes est supérieur à l'unité. Très peu de trajectoires régulières subsistent, l'indice de diffusion y est plus important. De nombreuses droites et nœuds de résonances apparaissent d'ordres aussi bien faibles — 4, 5 — qu'élevés — 8, ..., 16 — (voir la carte en fréquence Fig. 3.31). Par exemple, toutes les particules ayant leurs conditions initiales vérifiant $x \in [-41, -28] \cup [20, 30]$ mm sont capturées dans l'île de la résonance entière $\nu_x - 36 = 0$.

Le codage de la diffusion sur l'ouverture dynamique met bien en exergue les régions hyperboliques, les régions elliptiques et les résonances. L'injection est réalisée au voisinage de la résonance d'ordre 5, $3\nu_x - 2\nu_y - 5 \times 16 = 0$.

Forts de ces résultats, nous pouvons donner des dimensions de l'ouverture dynamique plus réalistes, sachant qu'en pratique une résonance entière ne peut être traversée sans perte significative des performances du faisceau : $[-27, 21]_{y=0} \times [-7, 7]_{x=0}$ mm, soit une réduction d'un facteur deux dans les deux directions transverses.

Bien évidemment, si l'on prend en compte les défauts multipolaires, la symétrie 16 est brisée, les largeurs de résonance sont plus importantes et risquent de se recouvrir ; la zone de stabilité dans l'espace des fréquences sera encore plus petite.

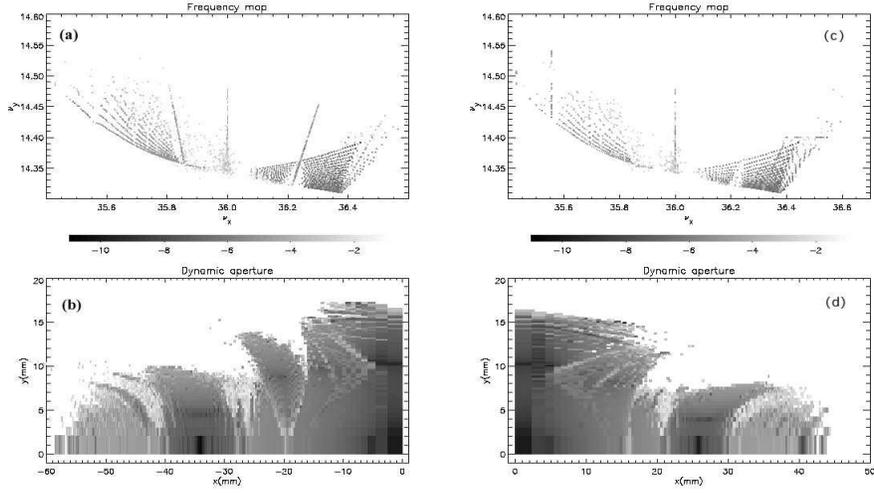


FIG. 3.29: Carte en fréquence (a et c) et ouverture dynamique (b et d) de l'ESRF : premier jeu hexapolaire pour une surface de section en $s = 0$ ($\beta_x = 35.6 m$ et $\beta_y = 2.5 m$). La dynamique est dominée par la résonance de couplage $3 : -2 : 0$ et la résonance entière $\nu_x = 36$. Les zones elliptiques et hyperboliques associées sont nettement identifiables sur l'ouverture dynamique (b).

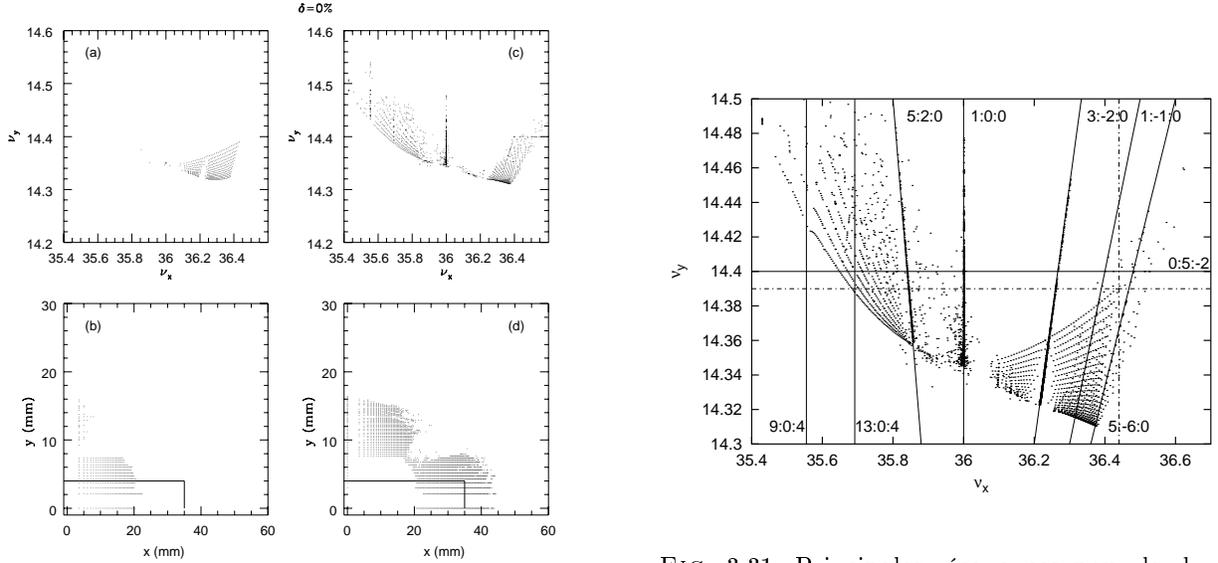


FIG. 3.30: Carte en fréquence de l'ESRF séparée en deux parties (a et c) pour faciliter la lecture : premier jeu hexapolaire, pour $s = 0$, ($\beta_x = 36 m$ et $\beta_y = 2.5 m$). L'ouverture physique représentée par un rectangle dans l'ouverture dynamique (b et d).

FIG. 3.31: Principales résonances pour la dynamique du premier jeu hexapolaire de l'ESRF. Le point de fonctionnement est à l'intersection des droites en pointillés. La dynamique est marquée par la résonance de couplage $3 : -2 : 0$ et la résonance entière $\nu_x = 36$.

Enfin lorsque l'on calcule le glissement des nombres d'ondes avec l'énergie, la résonance entière $\nu_x - 36 = 0$ risque d'être atteinte plus tôt pour des particules *off-momentum*. C'est ce que nous allons maintenant vérifier.

3.3.2.2 Dynamique *off momentum*

A l'ESRF, la chromaticité est surcompensée à une valeur légèrement positive : $\xi_x^{red} = 0.1$ et $\xi_y^{red} = 0.4$. Pour différents écarts à l'énergie nominale, le point de fonctionnement va donc varier avec δ suivant une courbe $\Delta\nu_u = \xi_u\delta + \mathcal{O}(\delta^2)$ (Fig. 3.32). En particulier, les résonances vont être atteintes avec des amplitudes différentes par rapport au cas *on momentum*. D'autres résonances vont également apparaître puisque d'autres régions de l'espace des fréquences vont être explorées.

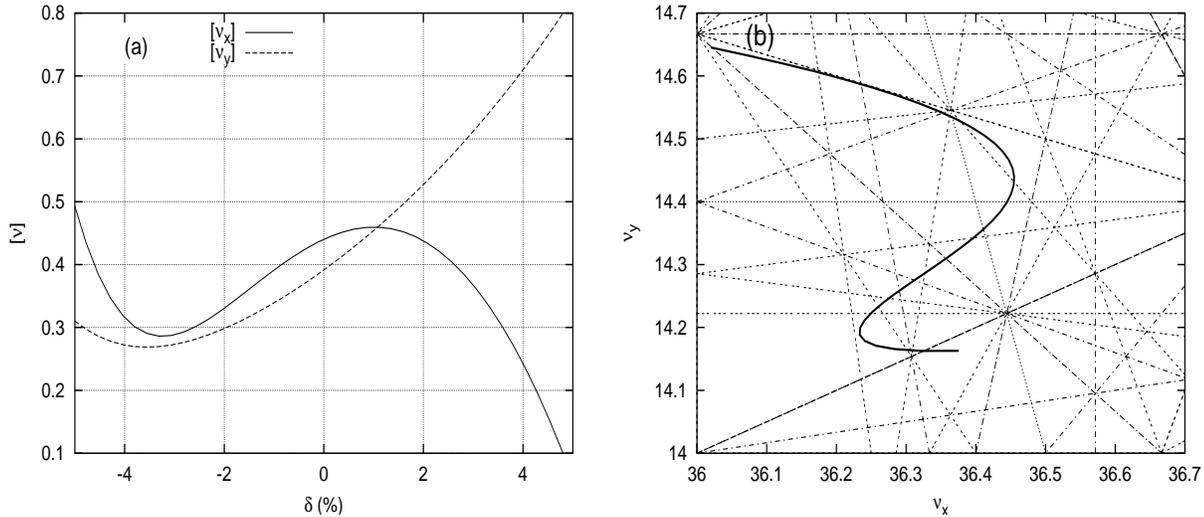


FIG. 3.32: (a) : Variation de la partie fractionnaire des nombres d'ondes avec l'énergie δ pour le premier réglage de l'ESRF. (b) : Excursion du point de fonctionnement dans l'espace des fréquence pour $-5\% < \delta < 5\%$. Les résonances systématiques sont tracées jusqu'à l'ordre 9.

Les cartes en fréquence ont été tracées en balayant à la fois les ouvertures dynamiques positive et négative en x pour des écarts à l'énergie nominale de $\pm 1\%$, $\pm 2\%$ et $\pm 3\%$ (Fig. 3.33). Nous allons donner une brève description des cartes en fréquence et ouvertures dynamiques (plusieurs nouvelles résonances apparaissent cf. Tab. 3.10) :

- $\delta = 1\%$ L'acceptance dynamique diminue (mais reste encore importante). Aussi bien pour les positions x positives que négatives, l'ouverture dynamique est fortement marquée par des résonances (présences d'îles importantes) qui se traduit par des bords irréguliers et des protubérances.

La carte en fréquence est maintenant vraiment irrégulière au-delà de la résonance entière : la diffusion est élevée. Que dira-t-on s'il y a quelques défauts qui viennent perturber la dynamique ? Il y aura augmentation de la diffusion des orbites.

- $\delta = 2\%$ L'ouverture dynamique se détériore de plus en plus au-delà de la résonance entière qui est atteinte à amplitude de plus en plus faible de par le glissement du point de fonctionnement.
- $\delta = 3\%$ On observe un trou dans l'ouverture dynamique au voisinage de la résonance entière (comportement hyperbolique) qui est atteinte très tôt. Si l'on ne considère que l'acceptance avant cette résonance, alors elle est très petite : -8 mm, $+16$ mm par rapport à la chambre à vide. On observe nettement la « nocivité » de la résonance entière.

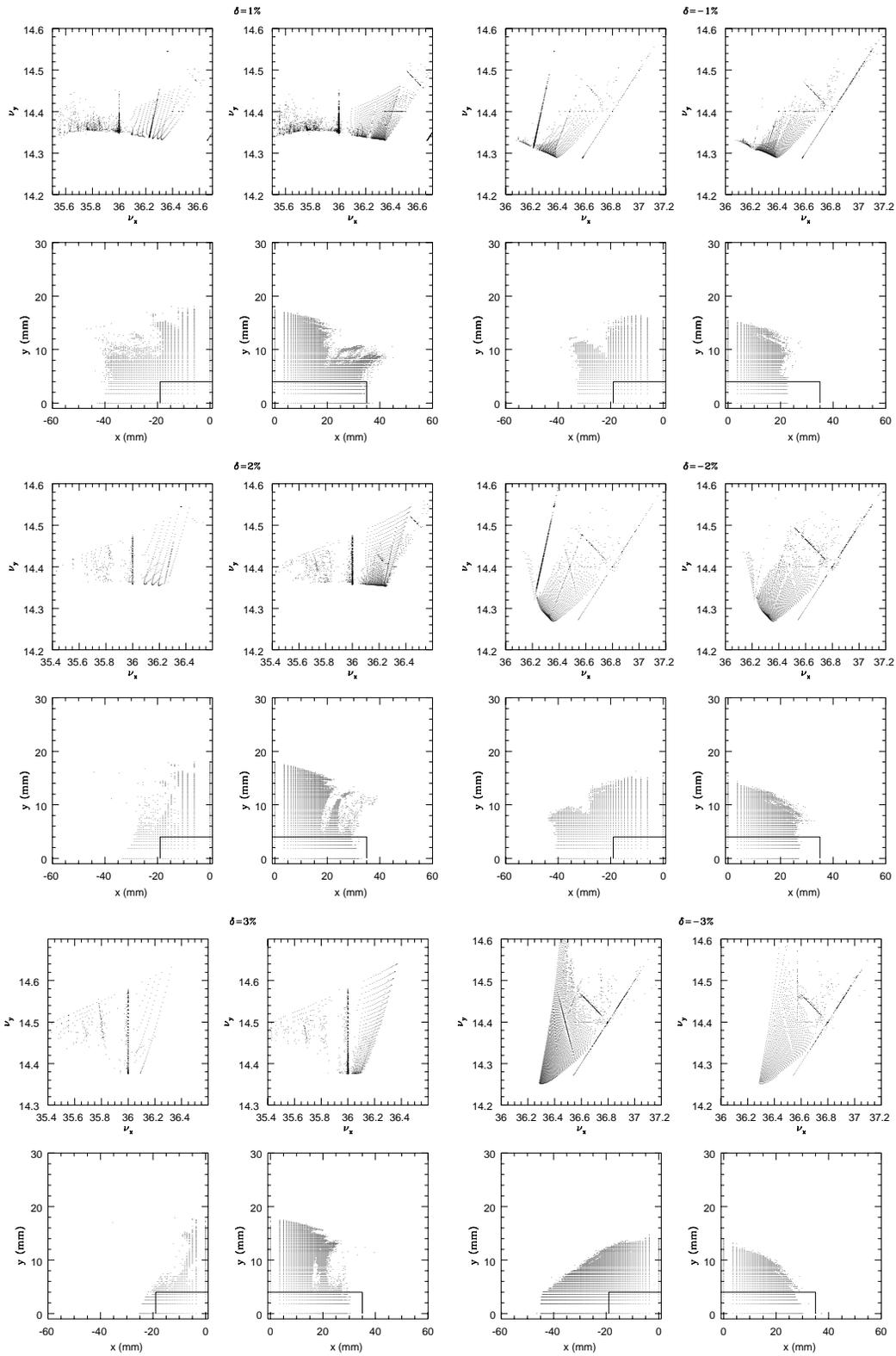


FIG. 3.33: Dynamique *off momentum* pour le premier jeu hexapolaire de l'ESRF (Colonne 1 : $\delta > 0$, colonne 2 : $\delta < 0$). Les cartes en fréquence sont profondément modifiées entre $\delta = -3\%$ et $\delta = 3\%$ (extension spatiale, repliement, résonances). Le point de fonctionnement se rapproche de la résonance entière qui détruit la dynamique pour $\delta > 0$, alors que pour $\delta < 0$ la dynamique est de plus en plus stable. L'ouverture physique est représentée par un rectangle en traits pleins.

- $\delta = -1\%$ On note l'apparition d'une nouvelle résonance d'ordre 6. La résonance entière n'est plus atteinte. La carte en fréquence « se déplie ». La dynamique est dominée par la résonance d'ordre 5, $3\nu_x - 2\nu_y - 5 \times 16 = 0$.
- $\delta = -2\%$ L'ouverture dynamique est plus grande qu'à 1% (il n'y a plus la résonance entière). La carte est presque plate. Au voisinage de la résonance $10\nu_y = 144$, la dynamique est perturbée.
- $\delta = -3\%$ L'ouverture dynamique est très grande car à faible amplitude, il y a peu de résonances. Seuls les bords sont fortement irréguliers et incisés par les résonances. Paradoxalement, la dynamique est plus régulière dans ce cas que pour les particules *on momentum*.

$q\nu_x + p\nu_y + r = 0$	Ordre
$2\nu_x - 4\nu_y - 16 = 0$	1 : -2 : 0
$5\nu_x + 4\nu_y - 240 = 0$	5 : 4 : -4
$3\nu_x + 8\nu_y - 224 = 0$	3 : 8 : -4

TAB. 3.10: Principales résonances rencontrées à $\delta \neq 0$ pour le premier réglage hexapolaire de l'ESRF. Voir aussi les cartes en fréquence (Fig. 3.33) pour $-3\% < \delta < 3\%$.

3.3.2.3 Conclusion préliminaire

La dynamique est très altérée par les résonances qui détériorent fortement la dynamique (diffusion élevée). Les deux résonances principales sont la résonance d'ordre 5 au voisinage de laquelle est faite l'injection et la résonance entière qui va réduire l'ouverture dynamique. Si l'on fait l'hypothèse que cette résonance ne peut pas être traversée, alors l'acceptance dynamique peut limiter la durée de vie du faisceau comme nous allons le voir.

3.3.2.4 Durée de vie Touschek

Dans un anneau de stockage, le faisceau a une durée de vie finie du fait des différents mécanismes de perte : excitation quantique, diffusions simples ou multiples entre les électrons, diffusions sur les atomes du gaz résiduel. Pour les sources de lumière de troisième génération (faible émittance) comme l'ESRF, la durée de vie est déterminée principalement par la *durée de vie Touschek* que nous allons définir. Lors d'une collision entre deux électrons d'un même paquet, une partie de leurs moments transverses est transférée en moments longitudinaux. Si ces transferts sont plus grands que l'acceptance en énergie donnée par le système RF, les électrons sont perdus après la collision. De plus, les électrons diffusés qui restent à l'intérieur de l'acceptance longitudinale peuvent aussi être perdus dans le plan transverse dû à la limite de l'ouverture physique ou dynamique pour l'écart en énergie considéré.

La durée de vie Touschek a été calculée en mode multipaquets et en mode faible nombre de paquets qui sont deux des principaux modes de fonctionnement de l'ESRF. Les paramètres adoptés pour les calculs avec le logiciel BETA sont donnés par le tableau 3.11.

Les calculs ont été faits en approximation linéaire et nonlinéaire et sont présentés dans le tableau 3.12. Dans chaque cas, nous avons pris comme longueur de paquet la longueur

naturelle σ_l à courant nul ; en fonctionnement réel, le paquet s'allonge, *e.g.* d'un facteur 3 à 16 mA par paquet et la durée de vie est environ trois fois plus grande (Besnier, Laclare, Limborg, 1996). En approximation linéaire, la durée de vie Touschek ($T_{\frac{1}{2}}$) est donnée par la formule classique (voir par exemple Le Duff, 1995 ou chap. XXX de Bruck, 1966) :

$$\frac{1}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{Nr_e^2 c}{8\pi\gamma^2\sigma_x\sigma_y\sigma_l\epsilon_{acc}^3} D(\xi), \quad \xi = \left(\frac{\epsilon_{acc}}{\gamma\sigma'_x} \right)^2 \quad (3.2)$$

$$D(\xi) = \sqrt{\xi} \left\{ -\frac{3}{2}e^{-\xi} + \frac{\xi}{2} \int_{\xi}^{\infty} \frac{\ln u e^{-u}}{u} du + \frac{1}{2}(3\xi - \xi \ln \xi + 2) \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \right\}$$

avec σ_x, σ_y les dimensions transverses et σ'_x la divergence horizontale du faisceau, ϵ_{acc} l'acceptance en énergie de la machine, $r_e = 2.8 \times 10^{-15}$ m le rayon classique de l'électron, N le nombre d'électrons par paquet.

Pour le calcul dit nonlinéaire, nous avons pris en compte l'orbite fermée chromatique nonlinéaire et la dépendance en l'énergie des fonctions optiques. Pour une description détaillée, le lecteur peut se reporter à la méthode développée pour SOLEIL (Nadji *et al.*, 1997).

Fréquence RF	f_{RF} (MHz)	352.2
Nombre d'harmonique	h	992
Dispersion en énergie	σ_E	1.05×10^{-3}
Intensité faib. nb. paquets	I_1 (mA)	15
Nombres d'électrons par paquet	N_1	2.8×10^{11}
Intensité multipaquet	I_2 (mA)	662×0.302
Nombres d'électrons par paquet	N_2	5.3×10^9
Tension RF	V_{RF} (MV)	8–12
Couplage	χ (%)	1

TAB. 3.11: Paramètres pour le calcul de la durée de vie Touschek pour deux des principaux modes de fonctionnement de l'ESRF : (1) multipaquets et (2) faible nombre de paquets.

			Multipaquets		Faible nombre de paquets	
V_{RF} (MV)	ϵ_{RF} (%)	σ_l (mm)	T_{tous}^{lin} (h)	T_{tous} (h)	T_{tous}^{lin} (h)	T_{tous} (h)
8	3.38	4.7	231	172	4.4	4.27
9	4.03	4.3	378	238	7.1	5.89
10	4.60	4.0	555	288	10.5	6.44
11	5.13	3.8	760	320	14.4	7.41
12	5.61	3.6	947	337	17.9	7.63

TAB. 3.12: **Modes multipaquets et faible nombre de paquets**: durée de vie Touschek pour le premier réglage de l'ESRF en calcul linéaire et nonlinéaire pour une tension RF comprise entre 8 MV et 12 MV . Pour chaque tension, l'acceptance RF (ϵ_{RF}) et la longueur naturelle du paquet (σ_l) sont également données.

De manière générale, la durée de vie Touschek est limitée soit par l'acceptance physique, soit par l'acceptance dynamique ou soit par l'acceptance en tension RF. Pour ces calculs, nous avons inclus les dimensions de l'ouverture dynamique *off momentum* (cf. Fig. 3.35).

3.3. L'ESRF

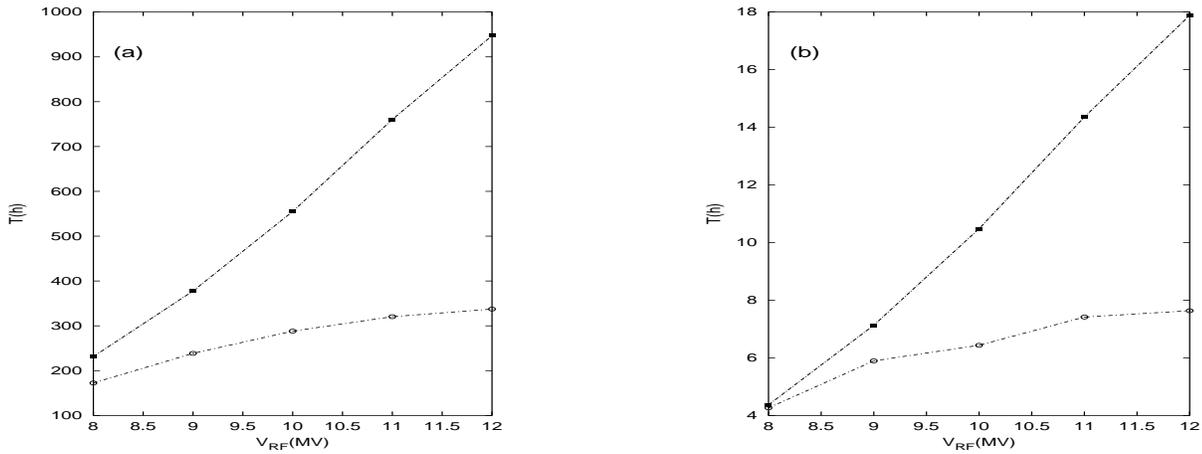


FIG. 3.34: Durée de vie Touschek (T) en fonction de la tension RF (V_{RF}) pour le premier réglage de l'ESRF en mode multipaquets (a) et faible nombre de paquets (b). Une saturation de la durée de vie est observée pour les calculs en mode nonlinéaire (cercles) par rapport au calcul linéaire (carrés).

A 8 MV, nous constatons que la tension RF est limitative ($\epsilon_{V_{RF}} = 3.4\%$) alors qu'à 12 MV c'est l'acceptance physique ($\epsilon_{V_{RF}} = 5.6\%$) et même l'acceptance dynamique si toute la dynamique au-delà de la résonance entière est négligée.

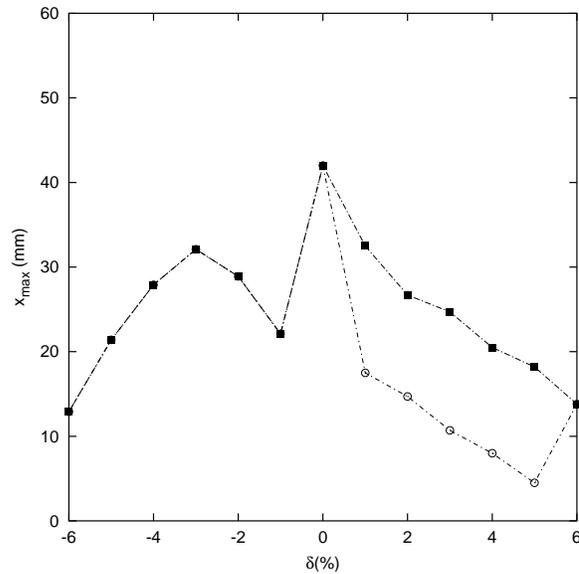


FIG. 3.35: Variation de l'ouverture dynamique horizontale (x_{max}) de l'ESRF avec l'énergie (δ) pour le premier réglage hexapolaire. Les dimensions (carrés) sont données par rapport à l'orbite fermée. En supposant que la résonance entière $\nu_x - 36 = 0$ limite l'ouverture dynamique, les dimensions (cercles) sont restreintes pour $\delta > 0$. Ces dimensions sont prises en compte pour le calcul de la durée de vie Touschek en mode nonlinéaire.

Dans tous les cas, il est absolument nécessaire prendre en compte le second ordre pour calculer la durée de vie Touschek. En effet, au-delà de 8 MV, les résultats obtenus par les calculs linéaire et nonlinéaire sont très différents; cette différence atteint un facteur 3 à 12 MV (cf. Fig. 3.34).

3.3.3 Second jeu hexapolaire

Le second jeu hexapolaire est une tentative d'optimisation du point de fonctionnement précédent (pas d'améliorations expérimentales notables sauf à fort courant¹⁸). Seule la pente à l'origine de la courbe en fréquence est modifiée de -2.3×10^4 à -8.4×10^3 en modifiant les réglages hexapolaires. Cependant la dynamique du faisceau est complètement modifiée (cf. Fig. 3.36). Nous nous attarderons sur la comparaison des deux optiques.

3.3.3.1 Dynamique *on momentum*

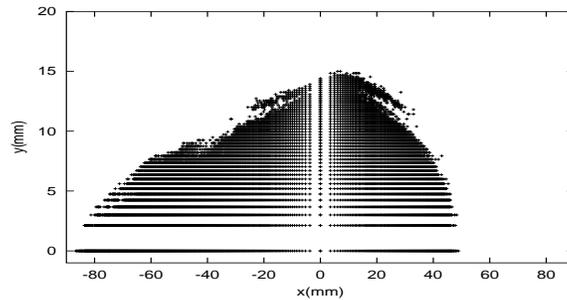


FIG. 3.36: Ouverture dynamique : second jeu hexapolaire de l'ESRF pour $s = 0$, ($\beta_x = 35.6 m$ et $\beta_y = 2.5 m$). Elle est toujours très dissymétrique mais plus régulière que pour le premier jeu hexapolaire.

L'ouverture dynamique (cf. Fig. 3.36) est encore plus grande que celle obtenue pour le premier réglage (cf. Fig. 3.28) : $[-80, 45]_{y=0} \times [-15, 15]_{x=0}$ mm, plus régulière mais elle est toujours surestimée. Comme précédemment, la carte en fréquence (Fig. 3.37, voir aussi les cartes en couleur B.11) présente un repliement et peut être scindée en deux parties (Fig. 3.38) :

- *première partie* (Fig. 3.38-a,b) correspondant aux amplitudes initiales $[-30, 20] \times [-8, 8]$ mm dans l'espace des configurations, avec un glissement des nombres d'ondes très faible ($\Delta\nu_x \approx 0.2$, $\Delta\nu_y \approx 0.1$). Cette partie est extrêmement régulière et pratiquement exempte de résonances avec peu de diffusion.
- *seconde partie* (Fig. 3.38-c,d) qui est fournie en résonances ; les principales résonances sont données par la figure 3.39. Bien que la résonance entière $\nu_x - 36 = 0$ ne soit jamais atteinte, la résonance d'ordre 5, $3\nu_x - 2\nu_y - 5 \times 16 = 0$ est déjà fortement excitée pour une machine idéale puisqu'elle capture toutes les particules de conditions initiales $x \in [-74, -42] \cup [32, 35]$ mm.

De manière générale pour ce réglage, la dynamique est moins « compliquée » et beaucoup plus stable. Le glissement des nombres d'ondes avec l'amplitude est plus faible, si bien que la résonance $3\nu_x - 2\nu_y - 5 \times 16 = 0$ est atteinte à une amplitude $x \approx 32$ mm soit aussi grande que l'ouverture physique ($x \approx 17$ mm pour le premier réglage hexapolaire).

¹⁸Communication personnelle de A. Ropert, 1999.

3.3. L'ESRF

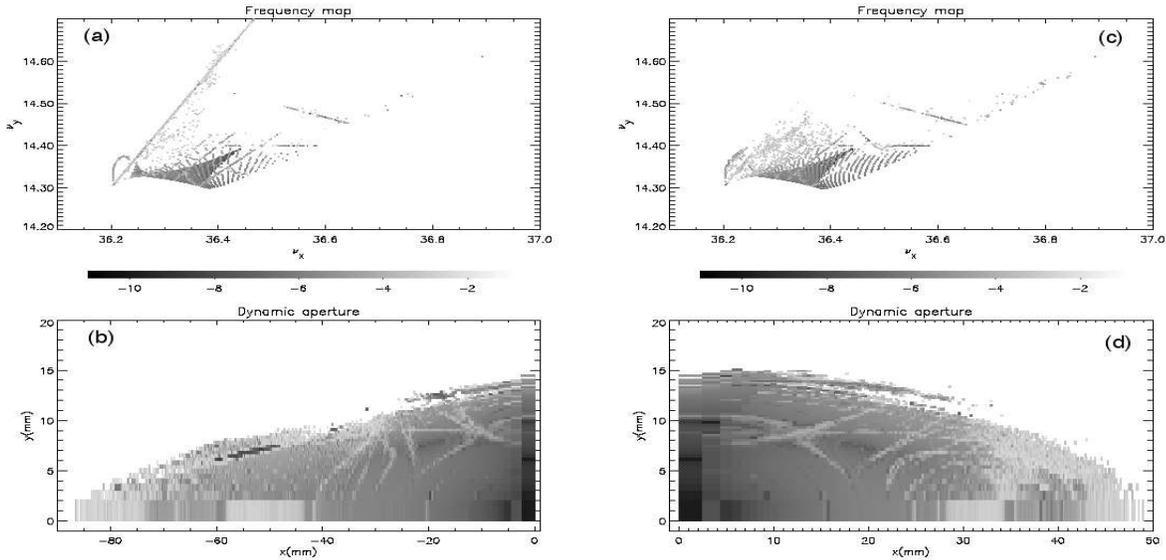


FIG. 3.37: Carte en fréquence et ouverture dynamique calculées pour le second réglage hexapolaire de l'ESRF pour une surface de section à $s = 0$ ($\beta_x = 36 m$ et $\beta_y = 2.5 m$). La dynamique est dominée par la résonance d'ordre 5, $3\nu_x - 2\nu_y - 5 \times 16 = 0$. La diffusion (niveaux de gris) est assez faible avec une grande ouverture dynamique.

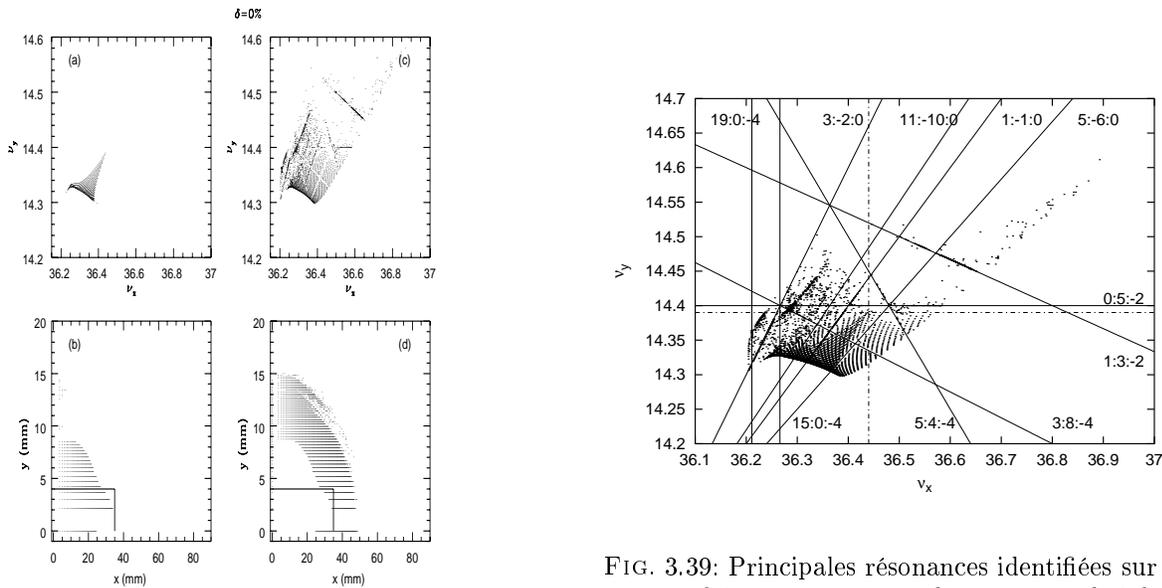


FIG. 3.38: Carte en fréquence de l'ESRF séparée en deux parties (a et c) pour faciliter la lecture : second réglage hexapolaire, pour $s = 0$, ($\beta_x = 36 m$ et $\beta_y = 2.5 m$). L'ouverture physique représentée par un rectangle dans l'ouverture dynamique associée (b et d).

FIG. 3.39: Principales résonances identifiées sur la carte en fréquence correspondant au second réglage hexapolaire de l'ESRF. Le point de fonctionnement est à l'intersection des deux droites en traits pointillés. La carte en fréquence est repliée sur elle-même (voir aussi Fig. 3.38).

Deux orbites particulières ont été intégrées pour illustrer la diffusion au voisinage d'une résonance dans une zone de mouvement régulier et irrégulier (Fig. 3.40-a,b) :

La première orbite (O1) correspond aux conditions initiales $(x_0, y_0) = (15.81, 8.05)$ mm avec pour nombres d'ondes initiaux $(\nu_{0x}, \nu_{0y}) = (36.3728, 14.3728)$. L'intégration est réalisée sur 1 million de tours, les fréquences sont recalculées tous les 1 000 tours ; la particule oscille rapidement transversalement à la résonance $\nu_x - \nu_y - 22 = 0$ et lentement longitudinalement (voir aussi Fig. 3.39).

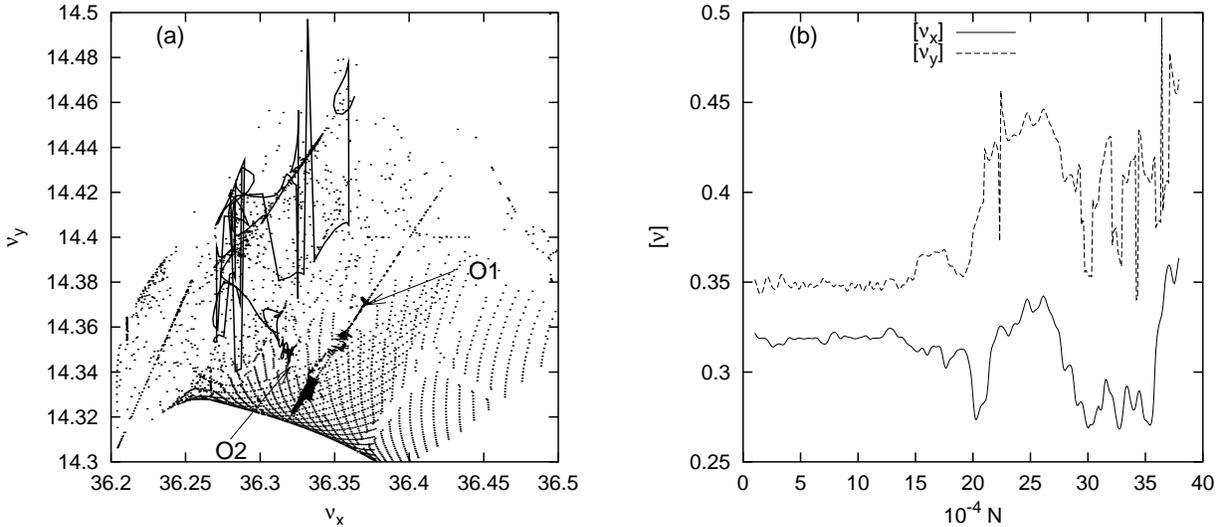


FIG. 3.40: Exemple de diffusion d'orbites (a) pour le second réglage de l'ESRF. La première orbite (O1) est intégrée sur 1 million de tours ; la particule oscille rapidement transversalement à la résonance $\nu_x - \nu_y - 22 = 0$ et lentement longitudinalement. La seconde orbite (O2) reste piégée 15 000 au voisinage de la résonance $11 : -10 : 0$ avant de diffuser rapidement dans la zone chaotique de la carte en fréquence. La variation de ses nombres d'ondes avec le nombre de tours N est tracée (b) jusqu'à sa perte au bout de 38 000 tours.

La seconde orbite (O2) est perdue au bout de 38 026 tours de l'anneau. Ses conditions initiales en amplitudes et en fréquences sont $(x_0, y_0) = (19.37, 9.86)$ mm et $(\nu_{0x}, \nu_{0y}) = (36.3216, 14.3520)$, soit au voisinage de la résonance $11\nu_x - 10\nu_y - 16 \times 16 = 0$. La particule y reste environ 15 000 tours avant de diffuser rapidement. L'évolution de la partie fractionnaire des nombres d'ondes avec le nombre de tours est donné par la figure 3.40-b.

3.3.3.2 Dynamique *off momentum*

Comme pour le premier réglage, les valeurs réduites des chromaticités sont légèrement positives ($\xi_x^{red} = 0.1$ et $\xi_y^{red} = 0.4$). Le glissement des nombres d'ondes avec l'énergie δ est illustré par la figure 3.42.

Les cartes en fréquence ont été tracées pour des écarts à l'énergie nominale compris entre -3% et 3% (Fig. 3.41) en considérant toujours une machine parfaite.

L'ouverture dynamique diminue avec δ (cf. Fig. 3.43) ; cette diminution est plus importante pour des écarts à l'énergie positifs.

L'allure et le repliement des cartes varient beaucoup avec δ . Pour de grands écarts en énergie, les cartes sont pratiquement « plates » ; notons cependant que pour $\delta = 2\%$, les

3.3. L'ESRF

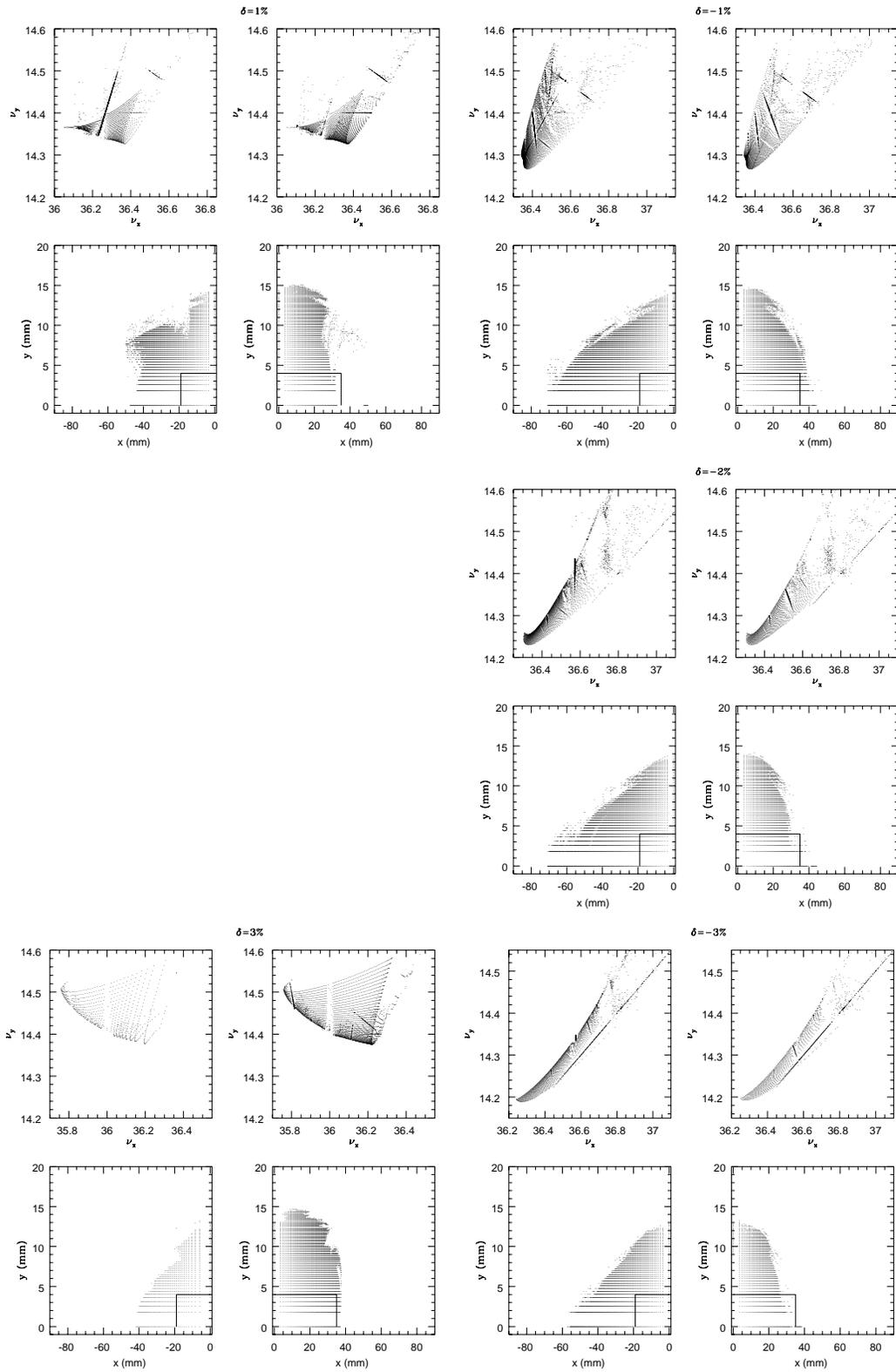


FIG. 3.41: Dynamique *off momentum* pour le second jeu hexapolaire de l'ESRF (colonne 1 : $\delta > 0$, colonne 2 : $\delta < 0$). Les cartes en fréquence sont profondément modifiées entre $\delta = -3\%$ et $\delta = 3\%$ (extension spatiale, repliement, résonances). Pour $\delta > 0$, la dynamique est dominée par la résonance d'ordre $5, 3\nu_x - 2\nu_y - 5 \times 16 = 0$ qui est atteinte à des amplitudes de plus en plus faibles.

nombres d'ondes diminuent avec l'amplitudes (distances au centre du faisceau) alors que pour $\delta = -2\%$, ils augmentent avec l'amplitude.

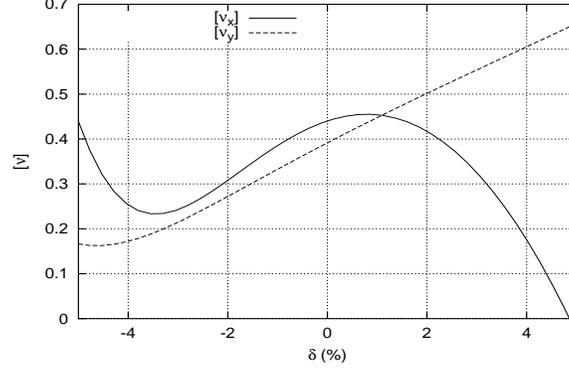


FIG. 3.42: Second réglage hexapolaire de l'ESRF : variation de la partie fractionnaire des nombres d'ondes avec l'énergie δ .

Pour $\delta > 0$, la résonance d'ordre 5, $3\nu_x - 2\nu_y = 80$ est atteinte beaucoup plus tôt, et surtout, la résonance $\nu_x = 36$, systématique d'ordre 4 et destructive ici, limite la dynamique ; ce qui explique la diminution drastique de plus de 50 % de l'ouverture dynamique entre 0% et +2%. Par contre au-delà de +3%, la résonance $\nu_x = 36$ n'est plus destructive pour une machine idéale : l'ouverture dynamique est de nouveau plus grande (frontière 2.3%).

Pour $\delta < 0$, de nouvelles résonances de couplages (Tab. 3.13) apparaissent de par le déplacement du point de fonctionnement avec l'énergie.

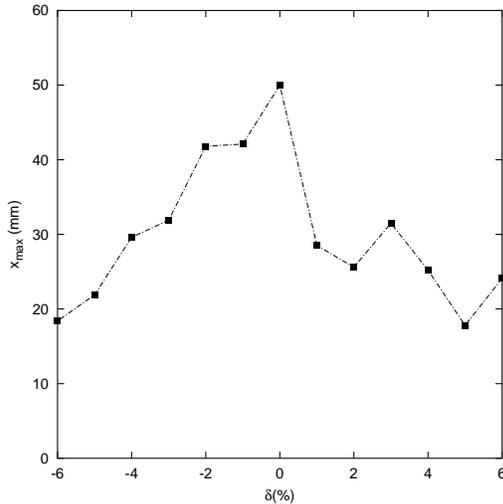


FIG. 3.43: Second réglage de l'ESRF : variation de l'ouverture dynamique horizontale avec l'énergie (δ). Les dimensions sont données par rapport à l'orbite fermée. Elles sont prises en compte pour le calcul de la durée de vie Touschek en mode nonlinéaire.

$p\nu_x + q\nu_y + r = 0$	Ordre
$\nu_x - 36 = 0$	1 : 0 : 0
$4\nu_x + 1\nu_y - 10 \times 16 = 0$	4 : 1 : 2
$1\nu_x - 2\nu_y - 8 = 0$	1 : -2 : 0
$7\nu_x - 16 \times 16 = 0$	7 : 0 : 4
$5\nu_x + 2\nu_y - 13 \times 16 = 0$	5 : 2 : 0
$7\nu_x - 2\nu_y - 14 \times 16 = 0$	7 : -2 : 0
$11\nu_x - 25 \times 16 = 0$	11 : 0 : 4
$\nu_x + 12\nu_y - 13 \times 16 = 0$	1 : 12 : 4

TAB. 3.13: Résonances identifiées sur les cartes en fréquence *off momentum* à $\delta \neq 0$ pour le deuxième réglage hexapolaire de l'ESRF.

3.3.3.3 Conclusion préliminaire

Comme annoncé précédemment, les résonances $3\nu_x - 2\nu_y = 80$ et $\nu_x = 36$ ont une grande amplitude qu'il faudrait essayer de réduire pour améliorer l'ouverture dynamique pour $\delta > 0$.

Pour $\delta \neq 0$, l'extension des cartes en fréquence est plus importante que pour l'énergie nominale. D'autres résonances vont alors dominer dans la dynamique aux différentes amplitudes.

L'acceptance dynamique diminue avec δ , mais dans le pire des cas elle reste comparable avec l'acceptance physique.

La surcompensation de la chromaticité a l'inconvénient majeur de compliquer l'optimisation, puisque les points de fonctionnement dépendent fortement de l'énergie de la particule. Idéalement, il faudrait pouvoir optimiser la dynamique aux différentes énergies.

3.3.3.4 Durée de vie Touschek

La durée de vie Touschek est calculée de la même manière que pour le premier réglage hexapolaire. Les résultats sont rassemblés dans le tableau 3.14 (voir aussi les figures 3.44-a et b).

V_{RF} (MV)	ϵ_{RF} (%)	σ_l (mm)	Mode multipaquets		Mode faible nombre de paquets	
			T_{tous}^{lin} (h)	T_{tous} (h)	T_{tous}^{lin} (h)	T_{tous} (h)
8	3.38	4.7	231	225	4.4	4.2
9	4.03	4.3	377	313	7.1	5.9
10	4.60	4.0	555	378	10.1	7.1
11	5.13	3.8	760	418	14.3	7.9
12	5.61	3.6	947	440	17.9	8.3

TAB. 3.14: **Modes multipaquets et faible nombre de paquets**: durée de vie Touschek pour le second réglage hexapolaire de l'ESRF en calcul linéaire et nonlinéaire pour une tension RF comprise entre 8 MV et 12 MV. Pour chaque tension, l'acceptance RF (ϵ_{RF}) et la longueur naturelle du paquet (σ_l) sont également données.

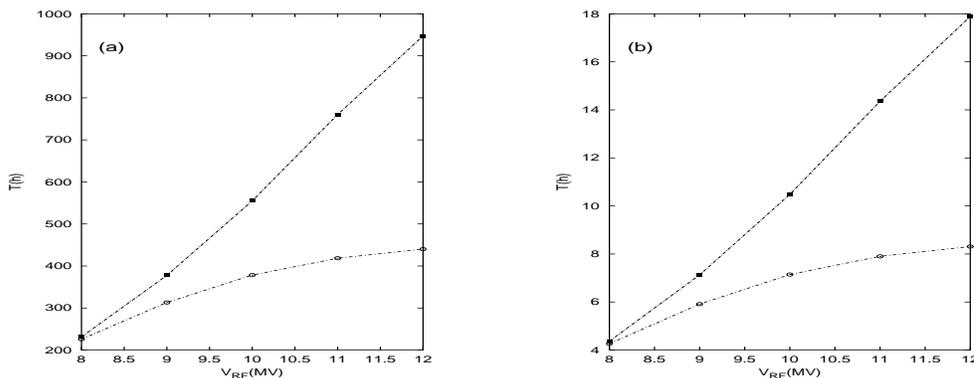


FIG. 3.44: Durée de vie Touschek pour le second réglage de l'ESRF en mode multipaquets (a) et faible nombre de paquets (b). Une saturation de la durée de vie est observée pour les calculs en mode nonlinéaire (cercles) par rapport au calcul linéaire (carrés) et donnent des résultats deux fois plus faibles à 12 MV.

En comparant les durées de vie Touschek obtenues pour les deux réglages hexapolaires de l'ESRF (Fig. 3.34 et Fig. 3.44), nous constatons que le second réglage est meilleur. Ce résultat se comprend bien si l'on se rappelle que la dynamique *off momentum* du premier réglage est fortement marquée par la résonance entière $\nu_x - 36 = 0$, si bien qu'il faut prendre en compte dans les calculs l'ouverture dynamique *off momentum* qui est alors le facteur limitatif. Ces résultats tendraient à corroborer les mesures expérimentales. Il faut toutefois reconnaître que les durées de vie mesurées sont bien plus faibles.

3.3.4 Conclusions sur les deux réglages nominaux

Pour le point de fonctionnement $(\nu_x, \nu_y) = (36.44, 14.39)$ la dynamique du deuxième jeu hexapolaire semble être la plus « stable » : peu de résonances au voisinage du point de fonctionnement, faible diffusion, ouverture dynamique plus grande que l'acceptance physique jusqu'à $\delta = \pm 3\%$.

Pour le premier jeu hexapolaire, nous constatons qu'il y a plus de résonances qui induisent une diffusion globalement plus importante. La dynamique est fortement perturbée par la résonance entière. Si nous faisons l'hypothèse que celle-ci limite l'ouverture dynamique, la durée de vie Touschek serait alors réduite.

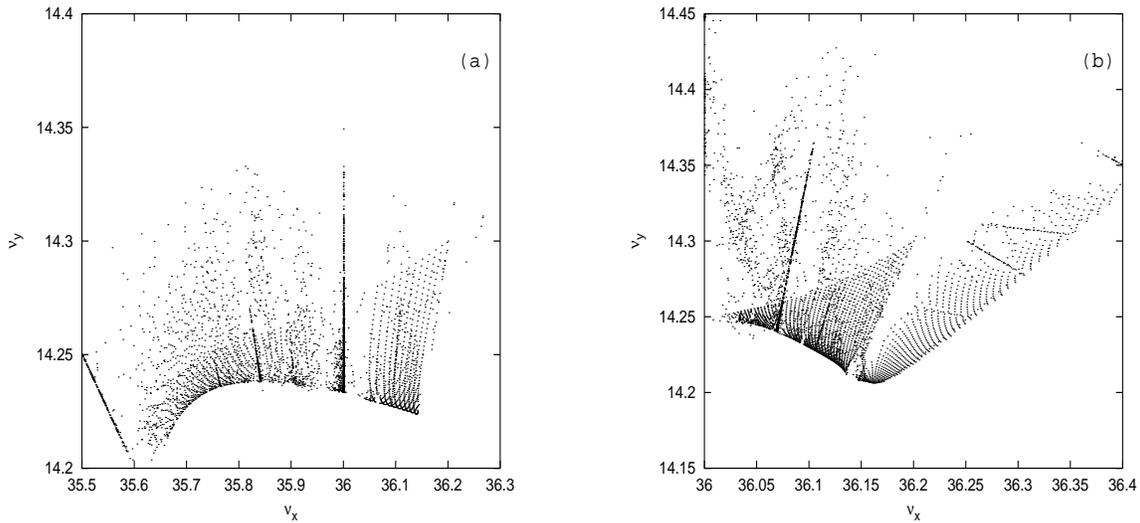


FIG. 3.45: Cartes en fréquence pour le point de fonctionnement historique de l'ESRF pour les deux réglages hexapolaires choisis (a et b). Le point de fonctionnement est beaucoup trop proche des résonances entières : la zone effective de stabilité est petite, l'injection est réalisée au voisinage de résonances et la diffusion des orbites est globalement très élevée.

Le point de fonctionnement historique de l'ESRF avait pour nombres d'ondes $(\nu_x, \nu_y) = (36.2, 14.3)$. Une étude a également été faite pour comprendre pourquoi les performances de l'anneau étaient bien trop faibles pour les deux réglages hexapolaires nominaux. En fait la dynamique est globalement plus mauvaise, car la résonance entière, plus proche du point de fonctionnement, est atteinte à plus faible amplitude. Les cartes en fréquence pour les deux réglages hexapolaires (cf. Fig. 3.45) sont peuplées de résonances avec une diffusion des orbites très élevée et des ouvertures dynamiques petites. Pour le premier jeu hexapolaire (cf.

Fig. 3.45-a), la dynamique est « catastrophique » : le point de fonctionnement est trop proche des résonances entières $\nu_x = 36$ et $\nu_y = 14$, résonances qui sont les premières à éviter lorsque l'on choisi le point de fonctionnement d'un accélérateur. L'auteur est perplexe et ne comprend pas quels critères ont pu amener à ce choix. Le point de fonctionnement actuel de l'ESRF, choisi à la suite de discussion avec le groupe faisceau du projet SOLEIL, diffère uniquement par l'éloignement de la résonance entière $\nu_y = 14$.

3.4 L'ALS

La Source de Lumière Avancée du *Ernest Orlando Lawrence Berkeley National Laboratory* (Advanced Light Source, ALS [3] et [4]) a eu sa première lumière en 1993. Mise en service juste après l'ESRF, son énergie est plus basse, 1.5–1.9 GeV contre 6 GeV, elle est donc plus optimisée pour les rayons UV et « X-mou ».

Une première étude théorique de l'ALS avec l'Analyse en Fréquence a été réalisée dès 1993 par Dumas et Laskar. Le point de fonctionnement actuel de l'ALS est très voisin de celui proposés en 1996 par Laskar et Robin.

3.4.1 Optique

L'ALS a une périodicité 12, sa maille est construite sur une structure *triple bend achromat* (TBA) avec symétrie centrale (cf. fonctions optiques Fig. 3.46). Les nonlinéarités sont introduites par les deux uniques familles d'hexapôles utilisées pour corriger la chromaticités à des valeurs légèrement positives, $(\xi_x^{red}, \xi_y^{red}) = (0.5, 1)$ (cf. Tab. 3.15). Les logiciels DESPOT [42] et TRACY2 [11] ont été utilisés pour intégrer les particules « test » sur deux fois 1 000 tours, *i.e.* deux fois un vingtième du temps d'amortissement de l'anneau.

Energie (GeV)	1.5–1.9
Circonférence (m)	196.8
Emittance (nm.rad)	4
Chromaticités naturelles	−24.6 , −26.7
Chromaticités réduites	0.5 , 1.0
Point de fonctionnement	14.25, 8.18
Ouverture physique (mm)	25, ±2.5

TAB. 3.15: Paramètres nominaux de l'ALS

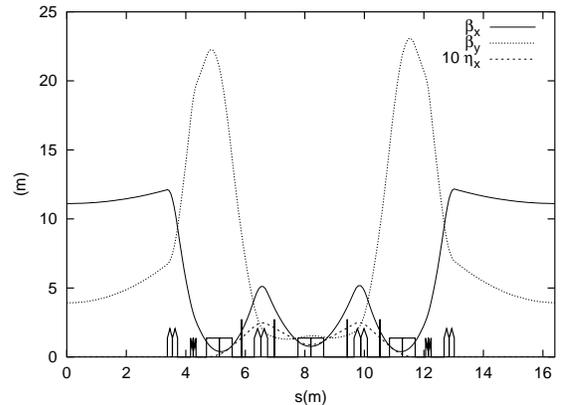


FIG. 3.46: Une des douze cellules TBA de l'ALS

3.4.2 Dynamique

Nous avons commencé par étudier une maille parfaite de l'ALS. L'anneau a alors sa périodicité 12 permettant de réduire grandement le nombre de résonances permises. Il s'ensuit que l'ouverture dynamique est très grande $[0, 22] \times [0, 10]$ mm alors qu'expérimentalement, le faisceau commence à être perdu dès l'amplitude $x \approx 11$ mm (cf. Fig. 3.47).

Contrairement autres machines étudiées, la carte en fréquence est très simple sans repliement : le point de fonctionnement $(\nu_x, \nu_y) = (14.25, 8.18)$ est le coin supérieur droit de la carte en fréquence 3.47. Le bord supérieur (respectivement inférieur) de la carte correspond à la variation des nombres d'ondes avec l'amplitude pour $x = 0$ (respectivement $y = 0$).

L'ensemble des résonances principales identifiées est donné par la figure 3.48. Les deux résonances les plus néfastes pour la dynamique sont la résonance entière $\nu_x = 8$ et la résonance de couplage¹⁹ $\nu_x - \nu_y - 6 = 0$. Loin du point de fonctionnement, les largeurs de résonance se recouvrent induisant des mouvements de nature chaotique avec une diffusion élevée. C'est également vrai sur les bords de l'ouverture dynamique (cf. Fig. 3.47, voir aussi la carte en couleur B.12).

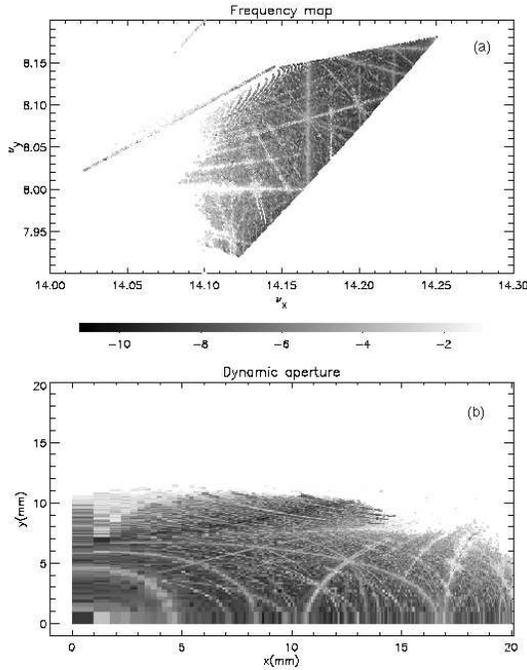


FIG. 3.47: Carte en fréquence (a) et ouverture dynamique (b) calculées pour une maille parfaite de l'ALS pour la surface de section $s = 0$ ($\beta_x = 11.3 m$ et $\beta_y = 4.0 m$). La diffusion permet de nettement distinguer le réseau de résonance sur les deux figures.

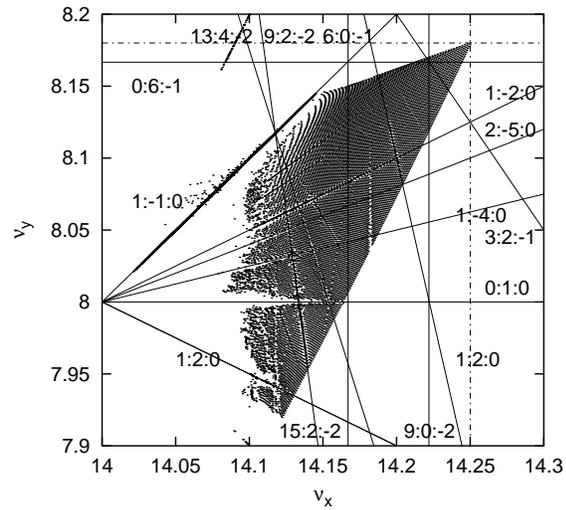


FIG. 3.48: Carte en fréquence de l'ALS sans défaut magnétique avec les principales résonances pour la surface de section $s = 0$ ($\beta_x = 11.3 m$ et $\beta_y = 4.0 m$). Le point de fonctionnement est à l'intersection des lignes en traits pointillés. Les résonances les plus néfastes pour la dynamique sont la résonance de couplage 1 :-1 :0 et la résonance entière $\nu_y = 8$ qui ne sera jamais traversée en pratique.

3.4.3 Vers un modèle plus réaliste (I)

Une maille plus réaliste de l'ALS peut être modélisée en prenant en compte les erreurs de gradients déduites de l'analyse de la matrice-réponse²⁰ non couplée (Robin, Safranek et Decking, 1998 et 1999) en utilisant le programme LOCO (Safranek, 1997). Les matrices-réponse de l'anneau sont mesurées chaque semaine pour déterminer si l'optique de la machine a changé ou non de manière significative. Les défauts mesurés sur les forces quadripolaires

¹⁹La résonance de couplage est volontairement excitée en expérience afin d'augmenter artificiellement le couplage. Un couplage de 4% permet d'obtenir des durées de vie satisfaisantes pour les utilisateurs.

²⁰La matrice-réponse d'un accélérateur circulaire est définie rigoureusement au chapitre 5, p. 135.

correspondent en moyenne à des variations de 0.36% rms des valeurs nominales pour les quadripôles défocalisants et 0.2% rms pour les quadripôles focalisants ; ces variations sont loin d'être négligeables et vont induire de profondes modifications de la dynamique.

Les nouvelles cartes en fréquence et ouverture dynamique sont données par la figure 3.49 (voir aussi la carte en couleur B.13) : la dynamique globale est complètement modifiée, la 12-périodicité brisée, donc la condition de résonance est beaucoup moins sévère. En particulier la résonance entière $\nu_x = 8$ est excitée par les défauts quadripolaires comme la théorie le prévoit (voir par exemple chap. II in *Accelerator Physics*, Lee, 1998) et toutes les orbites dans son voisinage et à plus grandes amplitudes sont instables (quelques centaines de tours).

Les nouvelles dimensions de l'ouverture dynamique sont maintenant $[0, 12] \times [0, 8]$ mm. L'ouverture dynamique horizontale est maintenant plus petite que l'ouverture physique (cf. Tab. 3.15). En effet dans le plan horizontal, elle est limitée par la résonance de couplage $\nu_x - 2\nu_y + 2 = 0$. Expérimentalement, en utilisant un *scrapper*²¹ horizontal ou en déplaçant le faisceau, nous retrouvons une ouverture dynamique similaire (Decking et Robin, 1999).

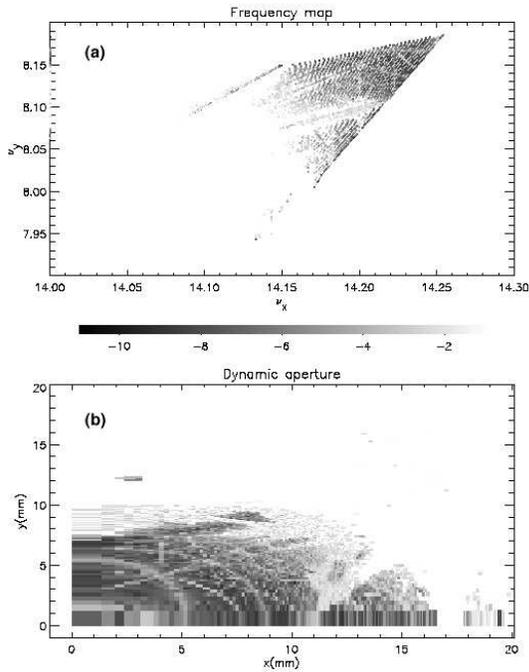


FIG. 3.49: Carte en fréquence (a) et ouverture dynamique (b) de l'ALS : maille avec défauts quadripolaires mesurés pour un surface de section en $s = 0$ ($\beta_x = 11.3m$ et $\beta_y = 4.0m$). La 12-périodicité de l'anneau est brisée, l'extension spatiale de la carte en fréquence est réduite d'un facteur 2 dans le plan vertical.

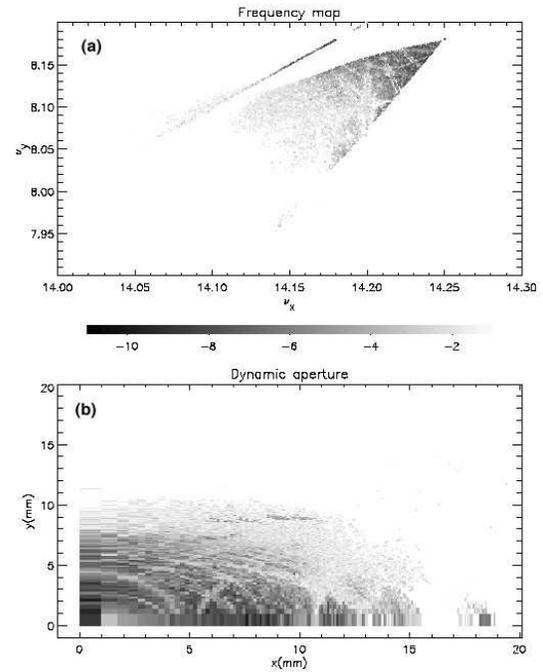


FIG. 3.50: Carte en fréquence (a) et ouverture dynamique (b) de l'ALS ($\beta_x = 11.3m$ et $\beta_y = 4.0m$) : influence d'un couplage effectif de 1% ajusté à partir des quadripôles tournés. La diffusion est globalement plus élevée. Seule la région voisine du point de fonctionnement reste régulière.

²¹En français, « épilucheur » de faisceau : élément physique que l'on insère dans la chambre à vide de l'anneau de stockage pour arrêter le faisceau.

L'extension de la carte en fréquence est réduite verticalement d'un facteur deux. Les résonances d'ordre 5 sont excitées : $4\nu_x + \nu_y - 65 = 0$, $3\nu_x + 2\nu_y - 59 = 0$ et $2\nu_x + 3\nu_y - 53 = 0$, ce sont des résonances non permises par la 12-périodicité (cf. Fig. 3.51).

De manière générale, la zone de stabilité est réduite au voisinage du point de fonctionnement. Toutes les particules ayant un indice de diffusion inférieur à moins six seront sans doute perdues si l'on intègre les trajectoires plus longtemps.

3.4.4 Vers un modèle plus réaliste (II)

Le modèle de l'ALS peut encore être affiné en introduisant du couplage modélisé par des erreurs de gradients de quadripôles tournés. Ces défauts sont également déduits des mesures de matrices-réponses couplées (Robin, Safranek, Decking, 1999) pour avoir un couplage effectif de 1%. Les écarts en valeur rms sont de l'ordre de 0.3%.

Il apparaît clairement à la lecture de la nouvelle carte en fréquence (cf. Fig. 3.50 à comparer avec Fig. 3.49, voir aussi la carte en couleur B.14) que la dynamique est encore plus instable : la diffusion est plus élevée, les largeurs de résonances sont plus grandes ; la majorité des orbites situées sur la carte en fréquence à gauche de la résonance d'ordre 5, $4\nu_x + \nu_y - 65 = 0$ ont un coefficient de diffusion très élevé ($D > -2$) : les lignes de résonances sont moins lisibles dénotant la superposition des largeurs de résonances. Les particules peuvent plus facilement et rapidement diffuser, toute structure régulière est perdue. En fonctionnement réel, la dynamique du faisceau de l'ALS est certainement encore moins stable : en effet d'autres défauts magnétiques ainsi que l'influence de la dynamique longitudinale ont été négligés dans cette étude. La résonance $4\nu_x + \nu_y - 65 = 0$ peut être considérée comme limitant l'ouverture dynamique (cf. Fig. 3.51).

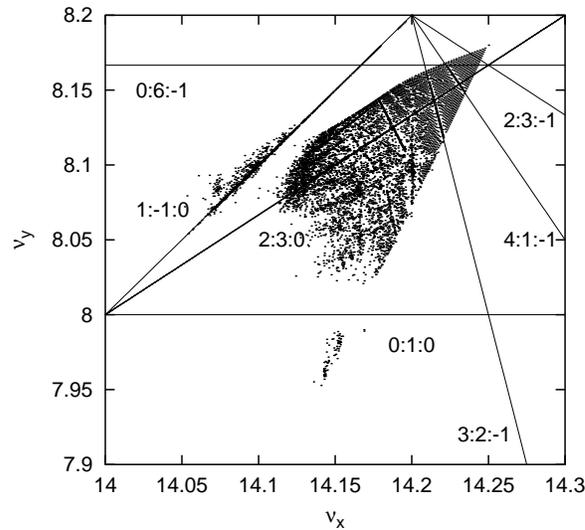


FIG. 3.51: Carte en fréquence de l'ALS avec les erreurs de gradients des quadripôles droits et tournés. Le point de fonctionnement est à l'intersection des lignes en traits pointillés. Des résonances d'ordre 5 non permise par la périodicité sont excitées par les défauts magnétiques, la diffusion est très élevée (cf. zones irrégulières).

3.4.5 Dynamique *off momentum*

La dynamique *off momentum* de l'ALS n'a pas été étudiée de manière exhaustive. Elle a pourtant un rôle déterminant sur la durée de vie du faisceau. Les figures 3.52 représentent la variation des nombres d'ondes en fonction de l'énergie, $\nu_u = f(\delta)$ ainsi que la variation du point de fonctionnement dans l'espace des fréquences. Les cartes en fréquence (Fig. 3.53) ont été tracées pour une machine idéale 12-périodique et pour des écarts à l'énergie nominale $\delta = \pm 1\%, \pm 2\%, \pm 3\%$. En s'appuyant sur la comparaison des cartes en fréquence 3.47, 3.49 et 3.50 le lecteur pourra aisément prédire l'évolution des cartes en fréquence 3.53 si les défauts magnétiques mesurés sont incorporés au modèle.

Nous donnons quelques indices de lecture de ces cartes en fréquence. L'introduction des défauts magnétiques ne peut que détériorer la dynamique du faisceau. S'ils sont suffisamment élevés, comme nous l'avons vu, alors la 12-périodicité de l'anneau est brisée. Les résonances non permises vont en particulier être plus excitées. Ceci se traduit par l'augmentation des largeurs des résonances et une plus grande probabilité de recouvrement des résonances, siège du chaos. Cette détérioration globale de la dynamique est d'autant plus importante que les particules oscillent avec de plus grandes amplitudes.

Une des caractéristiques de l'Analyse en Fréquence est sa capacité de prédiction lorsque l'on lit une carte en fréquence. Par exemple, la dynamique *off momentum* de l'ALS est déjà, pour une machine idéale, fortement marquée par le nœud entre les résonances $\nu_x - 4\nu_y + 18 = 0$, $5\nu_x + 2\nu_y - 87 = 0$ et $6\nu_x - 2\nu_y - 69 = 0$ (cf. carte 3.53 pour $\delta = -3\%$) et le nœud entre les résonances $6\nu_x + 4\nu_y - 117 = 0$, $\nu_x - \nu_y - 6 = 0$ et $2\nu_x + 8\nu_y - 93 = 0$ (cf. carte pour $\delta = +3\%$). Toute la dynamique en leur voisinage respectif et aux amplitudes plus élevées sera instable pour la machine réelle.

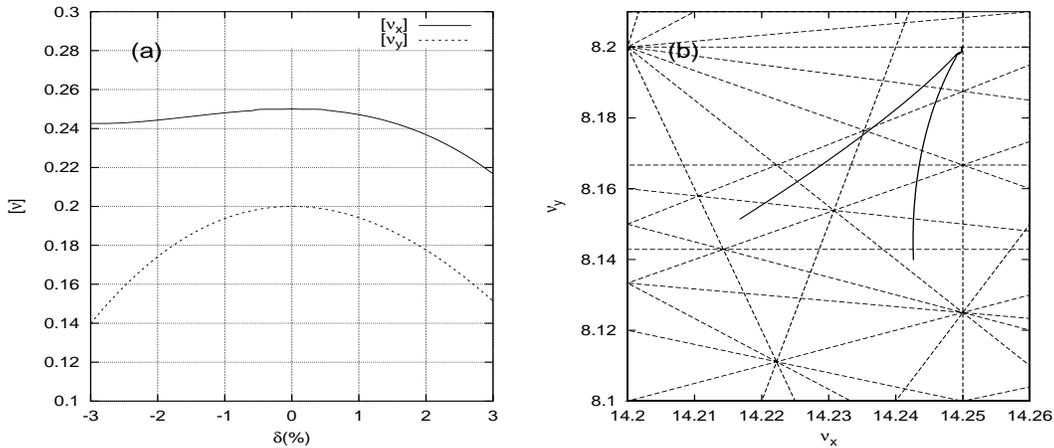


FIG. 3.52: (a) : Variation de la partie fractionnaire des nombres d'ondes de l'ALS en fonction de l'énergie δ . (b) : Déplacement du point de fonctionnement dans le diagramme des résonances tracées jusqu'à l'ordre 7.

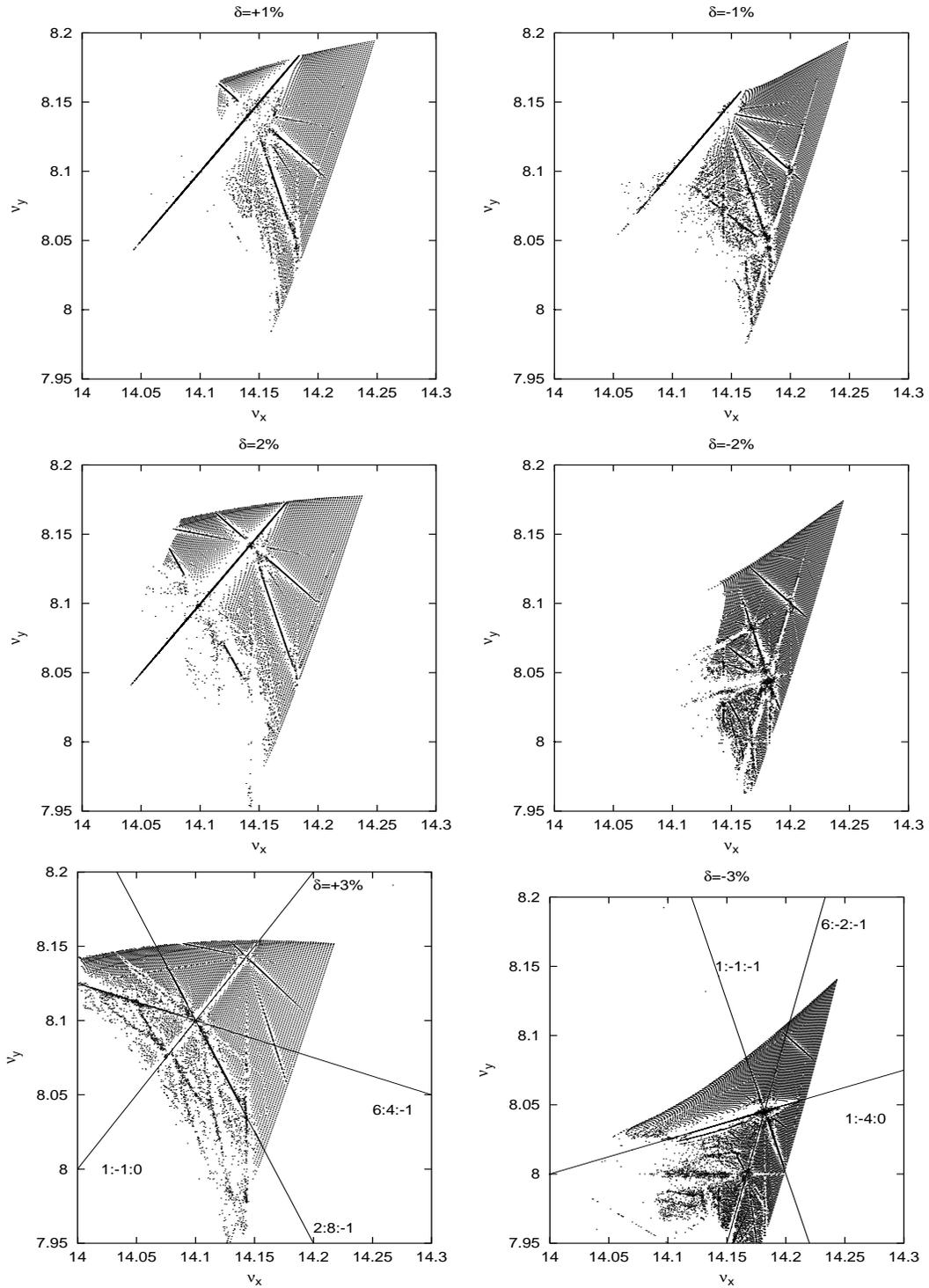


FIG. 3.53: Dynamique *off momentum* (colonne 1 $\delta > 0$, colonne 2 $\delta < 0$) de l'ALS considérée comme machine idéale. Pour $\delta > 0$ la résonance de couplage $1:-1:0$ est atteinte pour des amplitudes de plus en plus faibles. Ceci est bien confirmé expérimentalement. Les cartes en fréquence ne présentent pas de repliement, car il n'y a que deux familles d'hexapôles utilisées pour ajuster les chromaticités.

3.4.6 Conclusion

L'ALS est une machine relativement « simple ». Les cartes en fréquence sont « plates » sans repliement. Il n'y a que deux familles d'hexapôles utilisées pour ajuster la chromaticité. En contrepartie, si la dynamique est très nonlinéaire, le seul recours est de déplacer le point de fonctionnement dans une région du diagramme des résonances vierge de résonance. Il n'existe pas de famille hexapolaire pour réduire les largeurs des résonances. L'Analyse en Fréquence permet de mettre en évidence clairement toutes les résonances principales, en particulier les résonances de couplage (couplées) non vues ni étudiées dans les processus d'optimisation traditionnels.

Pour étudier l'influence des défauts magnétiques sur la dynamique globale du faisceau, on procède habituellement par tirages aléatoires de jeux de défauts (méthodes statistiques, Méthode de Monte Carlo). Cette méthode est très coûteuse en termes de temps de calcul mais est la seule possible lorsque la machine n'est pas encore construite.

La méthode que nous avons retenue est d'utiliser les défauts magnétiques mesurés sur l'anneau de stockage — uniquement possible si la machine est en fonctionnement —. Cette méthode ne nécessite qu'un seul jeu de défaut et donne des résultats très satisfaisants comme nous l'avons vu pour l'ALS

Les cartes en fréquence calculées pour l'ALS permettent d'expliquer un certain nombre de résultats expérimentaux, en particulier l'efficacité de l'injection ; la prise en compte de la dynamique *off momentum* devrait permettre d'obtenir des durées de vie s'approchant des mesures expérimentales. Les dimensions de l'ouverture dynamique déduite de cette étude sont compatibles avec les mesures sur l'anneau. Ce dernier point est également remarquable, car généralement l'écart entre théorie et expérience est souvent supérieur à un facteur deux sur la plupart des sources de lumière (*e.g.* à l'ESRF). D'autres résultats plus spectaculaires ont été obtenus sur l'ALS. Je renvoie le lecteur à la partie expérimentale de cette thèse (chapitre suivant).

Je voudrais insister sur le fait que ces premiers résultats n'ont été possibles que parce qu'au préalable un long travail de caractérisation de la machine avait été réalisé. L'ALS est un anneau de stockage équipé d'un grand nombre d'outils de diagnostic prévus dès la construction : moniteurs de position tour par tour, aimants rapides permettant de perturber le faisceau sur un seul tour de machine, perturbateurs horizontal et vertical. Ce sont les « yeux et les oreilles » du physicien des accélérateurs. Il est ainsi possible d'explorer la dynamique du faisceau. A cela, il convient d'ajouter que chaque année, de nombreuses heures ont été et sont encore réservées uniquement à l'amélioration de la modélisation de l'anneau.

