

Deuxième partie  
Résultats expérimentaux



# Chapitre 4

## ALS : Premières cartes en fréquence expérimentales

### 4.1 Introduction

Nous avons vu qu'il est difficile de modéliser correctement la dynamique réelle d'un anneau de stockage, car il faut être capable d'identifier les principales résonances pour essayer ensuite de limiter leur influence. Ce travail est délicat si bien que souvent l'écart entre les performances escomptées et réelles pour une machine donnée peut atteindre plus d'un facteur deux. L'Analyse en Fréquence est ici utilisée pour réaliser ce lien entre théorie et expérience.

Dans le chapitre précédent, nous avons calculé des cartes en fréquence de l'ALS considérée soit comme une machine idéale avec sa 12-périodicité, soit comme une machine réelle, *i.e.* incorporant les défauts magnétiques mesurés. Pour mémoire, les nombres d'ondes choisis correspondent au point de fonctionnement nominal de l'ALS, tout comme les chromaticités qui sont légèrement surcompensées. Les deux cartes en fréquence obtenues (voir figure 4.1) mettent en évidence combien la dynamique est sensible aux défauts magnétiques : leur introduction réduit d'un facteur deux l'extension spatiale de la carte en fréquence, les largeurs de résonances sont plus importantes, de nouvelles droites de résonance apparaissent et la stabilité du faisceau est fortement détériorée. Les performances déduites de ce nouveau modèle sont maintenant beaucoup plus proches de l'expérience. L'ultime étape est désormais de pouvoir comparer notre modélisation de l'ALS directement avec la machine en fonctionnement.

Les résultats que nous avons obtenus s'inscrivent dans une longue collaboration entre J. Laskar et le groupe accélérateur de D. Robin à Berkeley. Une première étude théorique de l'ALS avec l'Analyse en Fréquence a été réalisée dès 1993 (Dumas et Laskar, 1993). Les réglages magnétiques utilisés actuellement sur l'ALS sont très voisins de ceux proposés en 1996 (Laskar et Robin, 1996) et avaient permis d'améliorer significativement les performances machine (temps d'injection du faisceau dans l'anneau, durée de vie). Cependant des écarts encore importants subsistaient entre la théorie et l'expérience. Un long et délicat travail de caractérisation des défauts magnétiques expérimentaux de chaque type d'aimant a été entrepris jusqu'à ce jour.

Cette étape préliminaire est fondamentale et est une condition *sine qua non* avant toute tentative d'étude de la dynamique nonlinéaire. Elle a permis d'obtenir une calibration du

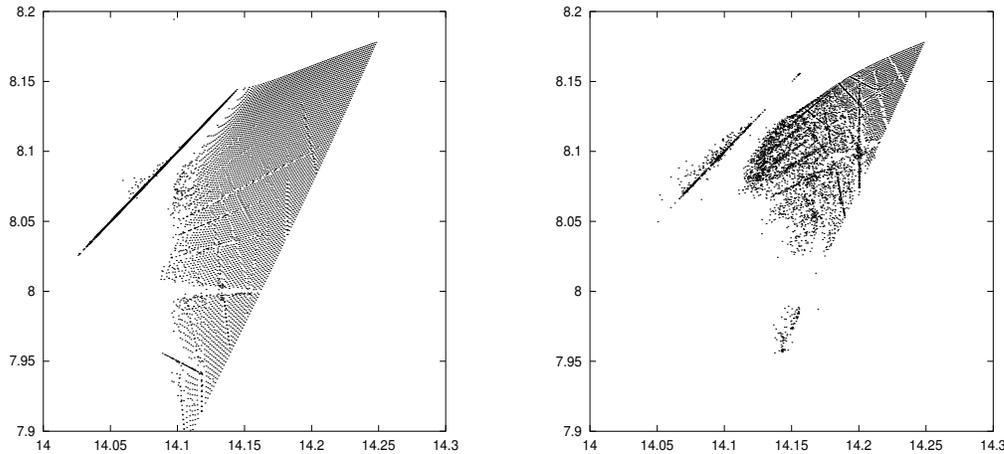


FIG. 4.1: Cartes en fréquence de l’ALS idéal (à gauche) et en incluant les défauts magnétiques (à droite) tracées pour une surface de Poincaré en  $s = 0$  ( $\beta_x = 11.3 m$  et  $\beta_y = 4.0 m$ ). Les défauts des quadripôles droits et tournés déduits des matrices-réponse expérimentales brisent la symétrie 12 de l’anneau; seule la région voisine du point de fonctionnement reste régulière (Robin, Steier, Laskar et Nadolski, 2000).

modèle linéaire de l’ALS. Pour cela, les matrices-réponse expérimentales<sup>1</sup> sont analysées depuis de nombreuses années (Robin, Safranek et Decking, 1999) en utilisant le programme LOCO (Safranek, 1997) que nous décrirons dans le chapitre 5. Dans cette analyse, tous les gradients quadripolaires (naturels et induits dans les hexapôles) sont déterminés avec une précision d’environ un millièrme. Après correction, les battements des fonctions  $\beta$  sont relativement faibles, 1% et 2% respectivement dans les plans horizontal et vertical. De plus, le programme LOCO a été récemment modifié pour permettre de modéliser le couplage à partir des matrices-réponse de l’anneau en un temps de calcul non prohibitif (Steier, 2000).

Les questions que l’on se pose actuellement sont : quelle fiabilité accorder à ce modèle de l’anneau ? Que se passe-t-il si nous modifions l’optique de la machine ? Quel est l’impact des sections à faible fonction  $\beta$  (*low beta insertion straight sections*), l’impact de l’introduction de nouveaux éléments ? Par exemple, au mois d’août 2001, trois des trente-six dipôles (à 1.3 Tesla) de l’ALS seront remplacés par des aimants supraconducteurs (à 5 Tesla). Comment améliorer les performances de l’anneau aujourd’hui ?

## 4.2 Etapes préparatoires

Pour commencer, il est important de rappeler, que le type de mesure que nous allons décrire étaient les premières de cette catégorie, si bien qu’un certain nombre de petites expériences préparatoires (calibration, réponse de l’électronique, écriture des routines de contrôles) ont été faites dès mon arrivée dans le groupe théorie de l’Advanced Light Source.

Deux outils fondamentaux ont permis de réaliser les mesures. Le premier consiste en un couple d’aimants rapides capables de donner une impulsion au faisceau; l’un délivre une

<sup>1</sup>La matrice-réponse de l’ALS non couplée contient 15 744 éléments, les paramètres d’ajustement sont les 50 gradients quadripolaires, les gains des (96+96) BPM, des (94+70) correcteurs, soit un total d’environ 500 paramètres (pour plus de détails, voir l’article Robin *et al.*, 1999).

impulsion horizontale (H), l'autre une impulsion verticale (V). Chaque aimant a un temps de réponse de 600 ns, soit un temps inférieur à celui mis par le faisceau pour faire un tour de machine (660 ns). Les deux aimants synchronisés permettent d'imprimer au faisceau des conditions initiales  $(x_0, y_0)$ . Le second outil est un jeu de deux moniteurs de position (BPM : *Beam Position Monitor*) tour par tour. Chaque BPM peut stocker 1 024 données consécutives et est synchronisé avec les aimants rapides. Les deux BPM ont été choisis de manière à avoir un bon rapport signal-sur-bruit respectivement dans le plan horizontal et vertical. Les amplitudes données aux faisceaux restent dans la gamme linéaire de réponse des BPM<sup>2</sup>. Il est ainsi possible d'enregistrer la position du faisceau pendant les 1 024 premiers tours après l'impulsion.

### 4.2.1 Conditions expérimentales

Durant une expérience, l'anneau est rempli avec 40 paquets soit un huitième de l'anneau. Ce nombre a été choisi pour permettre tout à la fois d'obtenir une résolution satisfaisante sur les BPM et de ne pas avoir d'oscillation inter-paquets (phénomènes collectifs, champ de sillage, charge d'espace). Le courant injecté est de 10 mA, soit environ  $4 \times 10^{10}$  électrons.

Pour chaque expérience, deux jeux de mesures sont réalisés. D'abord, la matrice-réponse est enregistrée pour permettre de calibrer ultérieurement le modèle linéaire. Ensuite, les données tour par tour sont collectées pour construire la carte en fréquence. Comme en théorie et par soucis de temps d'expérience, le pas d'incrément des tensions des aimants rapides est choisi suivant une loi en racine carrée, ce qui permet d'obtenir des points espacés régulièrement dans l'espace des fréquences. Le temps d'acquisition est de 20 secondes pour chaque point (principalement dû à la réponse de l'électronique et à la bande passante du réseau), soit environ 4 heures pour une carte en fréquence complète.

Pour la première expérience, nous nous sommes placés dans les conditions de fonctionnement standard en ce qui concerne les nombres d'ondes et les chromaticités (cf. Tab. 4.1). L'optique linéaire a été mesurée et ajustée de telle manière à être aussi proche que possible d'une symétrie 12. Les battements de fonctions  $\beta$  sont de l'ordre de 2–3%, le couplage est de 1%.

Energie (GeV)	1.5–1.9
Circonférence (m)	196.8
Point de fonctionnement	14.25, 8.20
Chromaticités naturelles	–24.6, –26.7
Chromaticités réduites	0.5, 1.0

TAB. 4.1: Paramètres expérimentaux de l'ALS

L'étalonnage des aimants rapides avait antérieurement été réalisé :  $1 \text{ kV} \leftrightarrow 1 \text{ mm}$  (H) et  $3 \text{ kV} \leftrightarrow 1 \text{ mm}$  (V).

Avant de présenter les cartes en fréquence expérimentales, il est intéressant de dire quelques mots sur l'analyse des données expérimentales.

---

<sup>2</sup>Lors de notre premier essai, un courant de 2 mA avait été injecté dans un seul paquet, le courant était trop fort et le signal trop bruité pour des exploitations fines. Au second essai, 10 mA dans 80 paquets, de fortes instabilités et oscillations inter-paquets ont été observées.

La principale différence entre les résultats théoriques que nous avons présentés jusqu'ici et les mesures expérimentales tient dans le fait que nous observons non pas le mouvement d'un seul électron mais du centroïde d'un paquet d'environ un milliard d'électrons. La dynamique d'un paquet de particules est bien plus complexe à étudier, l'objectif étant d'extraire la dynamique d'une particule individuelle. Le nouveau phénomène mis en cause est la *décohérence du faisceau*<sup>3</sup>. En effet, avant qu'une impulsion ne soit donnée, le faisceau est amorti. Juste après l'impulsion (temps  $t_1$ ), les particules d'un paquet oscillent toutes avec pratiquement la même amplitude et la même phase, on parle alors d'*oscillations cohérentes*. A cause de la dispersion des fréquences avec l'amplitude, les particules vont avoir un mouvement bétatron avec des fréquences d'oscillation également différentes. Petit à petit, les particules vont se déphaser les unes par rapport aux autres (temps  $t_2$ ). Au bout d'un temps suffisamment long dit *temps de décohérence*, les phases des particules du paquet seront distribuées uniformément sur l'intervalle  $[0, 2\pi[$ ; il n'y a plus aucune cohérence des oscillations et l'amplitude moyenne du faisceau, *i.e.* celle du centroïde, tend vers zéro. Ce processus est illustré par le schéma 4.2 où le paquet est constitué de  $n$  particules dont les amplitudes sont distribuées selon une gaussienne autour de la valeur imprimée par l'aimant rapide. On a supposé que le temps de décohérence est beaucoup plus court que les temps d'amortissement transverses du faisceau. La décohérence a deux origines principale : la dépendance nonlinéaire des nombres d'ondes avec l'amplitude bétatron et la dépendance linéaire des nombres d'ondes avec l'énergie (en première approximation) que nous allons décrire de manière exhaustive.

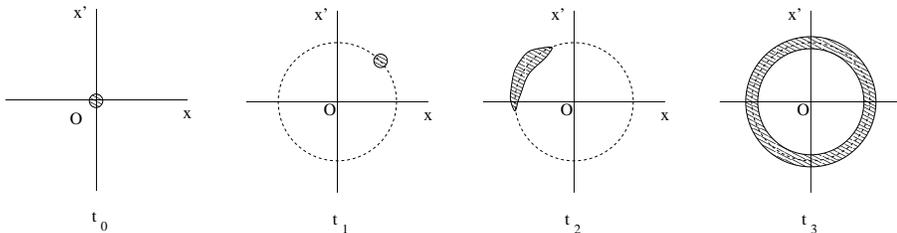


FIG. 4.2: Schéma descriptif de la décohérence dans l'espace des phases  $(x, x')$ . Au temps  $t_0$ , le faisceau est amorti. Il est déplacé « d'un bloc » ( $t_1$ ). Puis, les particules commencent à se déphaser les unes par rapport aux autres ( $t_2$ ). Au temps  $t_3$ , le faisceau a entièrement « décohéré », les particules sont réparties dans un anneau autour de la trajectoire de la particule centrale. La position du centroïde du faisceau est alors nulle.

Une question légitime est de savoir quelle va être l'influence de la décohérence sur l'analyse des résultats, et en particulier sur les nombres d'ondes déterminés.

### 4.3 La décohérence *ab ovo*

Le modèle que nous allons présenter est inspiré de la publication de Lee (1992), donnée lors du *Workshop on Nonlinear Problems In Accelerator Physics* de Berlin. Ce modèle est bi-dimensionnel, les particules sont supposées distribuées transversalement et longitudinalement suivant une loi de Gauss et la variation des nombres d'ondes est supposée linéaire en l'écart

<sup>3</sup>La décohérence est parfois appelée *filamentation du faisceau*.

en énergie  $\delta$  et quadratique en l'amplitude, *i.e.* :

$$\begin{cases} \nu_x = \nu_{0x} + \xi_x \delta + k_{xx} x^2 + k_{xy} y^2 \\ \nu_y = \nu_{0y} + \xi_y \delta + k_{yx} x^2 + k_{yy} y^2 \end{cases} \quad (4.1)$$

D'autres papiers ont été également très instructifs, voir par exemple Meller *et al.* (1987) et Ian (1990), ainsi que pour une formulation en variables actions-angles Shi et Ohnuma (1993).

Pour la présente formulation de la décohérence, les phénomènes suivants sont négligés :

- le couplage transverse x-y,
- le couplage synchro-bétatron,
- les phénomènes d'amortissement, d'excitation quantique, de mutuelle interaction des particules.

### 4.3.1 Décohérence due à la chromaticité

#### 4.3.1.1 Déphase chromatique induit

Considérons une particule animée d'un mouvement bétatron (cf. chap. 1, Eq. 1.60). La variation du nombre d'ondes horizontal dépend de l'énergie de la particule à travers la chromaticité :

$$\nu_x = \nu_{0x} + \xi_x \delta + \mathcal{O}(\delta^2) \quad (4.2)$$

où  $\xi_x$  est la fonction chromaticité et  $\delta = \frac{dp}{p}$  l'écart à l'énergie nominale<sup>4</sup>.

Si l'on appelle  $(\delta, \Phi)$  ses coordonnées canoniques<sup>5</sup> dans l'espace des phases longitudinal, alors dans l'approximation linéaire, la dynamique longitudinale est gouvernée par le Hamiltonien (voir par exemple Lee, 1998) :

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \tilde{h} \omega_0 \eta_c \delta^2 - \frac{\omega_0 e V \cos \Phi_s}{4\pi \beta^2 E} \Phi^2 \\ &= \frac{1}{2} \tilde{h} \omega_0 \eta_c \delta^2 + \frac{1}{2} \frac{\omega_s^2}{\tilde{h} \eta_c \omega_0} \Phi^2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

avec  $\omega_s = 2\pi\nu_s = \omega_0 \sqrt{\frac{\tilde{h} V e |\eta_c \cos \Phi_s|}{2\pi \beta^2 E}}$  la fréquence synchrotron,  $\omega_0$  la fréquence de révolution,  $\Phi_s$  la phase synchrone,  $V$  la tension radiofréquence effective,  $E$  l'énergie de la particule,  $\eta_c = \alpha_c - \frac{1}{\gamma^2} \approx \alpha_c$ ,  $\tilde{h}$  le nombre d'harmoniques et  $t$  la variable indépendante.

La trajectoire de phase est une ellipse d'équation dont nous choisissons d'écrire le paramétrage sous la forme :

$$\begin{cases} \delta = \sigma_\delta \frac{\hat{\delta}}{\sigma_\delta} \cos(2\pi\nu_s t + \hat{\Phi}) \\ \Phi = \sigma_\Phi \frac{\hat{\delta}}{\sigma_\delta} \sin(2\pi\nu_s t + \hat{\Phi}) \end{cases} \quad (4.4)$$

---

<sup>4</sup>Si la chromaticité est parfaitement compensée, il est possible de décrire une expression de la décohérence avec la chromaticité nonlinéaire  $\xi_{2x} : \nu_x = \nu_{0x} + \xi_{2x} \delta^2$  — voir par exemple (Lee, 1992) —.

<sup>5</sup> $\phi$  est le déphasage par rapport à la phase synchrone et  $\delta$  l'écart en énergie.

avec  $\sigma_\delta$  et  $\sigma_\Phi$  les dimensions d'équilibre des variables  $\delta$  et  $\Phi$  et  $\pi\sigma_\delta\sigma_\Phi = \pi\sigma_\delta^2$ , l'aire de l'ellipse de phase. Le glissement de la fréquence bétatron mesuré au  $n$ -ième tour s'écrit (Eq. 4.2 et 4.4) :

$$\Delta\nu_x(\hat{\delta}, \hat{\Phi}, n) = \xi \frac{\sigma_\delta}{\sigma_\delta} \hat{\delta} \cos(2\pi\nu_s n + \hat{\Phi}) \quad (4.5)$$

et le déphasage induit sur  $n$  tours pour la particule considérée est par définition :

$$\Delta\varphi_x(\hat{\delta}, \hat{\Phi}, n) = 2\pi \int_0^n \Delta\nu_x(\hat{\delta}, \hat{\Phi}, k) dk$$

soit en utilisant l'expression 4.5 :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_x(\hat{\delta}, \hat{\Phi}, n) &= \xi \hat{\delta} \frac{\sigma_\delta}{\sigma_\delta} \nu_s^{-1} (\sin(2\pi\nu_s n + \hat{\Phi}) - \sin(\hat{\Phi})) \\ &= [2\xi \nu_s^{-1} \sigma_\delta \sin(\pi\nu_s n)] \frac{\hat{\delta}}{\sigma_\delta} \cos(\pi\nu_s n + \hat{\Phi}) \\ &= \check{\alpha} \frac{\hat{\delta}}{\sigma_\delta} \cos(\pi\nu_s n + \hat{\Phi}) \quad \text{avec} \quad \check{\alpha} = [2\xi \nu_s^{-1} \sigma_\delta \sin(\pi\nu_s n)] \end{aligned}$$

Le nouveau mouvement bétatron horizontal de la particule d'amplitude initiale  $x_0$  obéit à la loi :

$$x(n) = x_0 \cos(2\pi\nu_{0x} n + \varphi_x + \Delta\varphi_x(\hat{\delta}, \hat{\Phi}, n)) \quad (4.6)$$

Le mouvement du centroïde d'un paquet de particules distribuées en amplitude et phase selon une densité de probabilités  $\hat{\rho}(\hat{\delta}, \hat{\Phi})$  s'exprime alors comme<sup>6</sup> :

$$\langle x(n) \rangle = x_0 \iint \hat{\rho}(\hat{\delta}, \hat{\Phi}) \cos(2\pi\nu_{0x} n + \varphi_x + \Delta\varphi_x(\hat{\delta}, \hat{\Phi}, n)) d\hat{\delta} d\hat{\Phi} \quad (4.7)$$

#### 4.3.1.2 Densité de probabilité longitudinale

Si les lois de distribution en amplitudes  $\rho_\delta$  et en phases  $\rho_\Phi$  des particules sont des gaussiennes de moyennes nulles et d'écart-types respectifs  $\sigma_\delta$  et  $\sigma_\Phi$ , alors la fonction de densité de probabilité conjointe est :

$$\begin{aligned} \rho(\delta, \Phi) &= \rho_\delta(\delta) \rho_\Phi(\Phi) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\delta} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma_\delta^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\Phi} e^{-\frac{\Phi^2}{2\sigma_\Phi^2}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_\delta\sigma_\Phi} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma_\delta^2} - \frac{\Phi^2}{2\sigma_\Phi^2}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

---

<sup>6</sup>Le résultat se transpose immédiatement pour le mouvement vertical  $\langle y(n) \rangle$ .

La fonction densité de probabilité  $\hat{\rho}$  dans les nouvelles variables amplitude-phase  $(\hat{\delta}, \hat{\Phi})$  se déduit immédiatement (Eq. 4.4 et 4.8) :

$$\hat{\rho}(\hat{\delta}, \hat{\Phi}) = \rho(\delta, \Phi) |J| = \frac{\hat{\delta}}{2\pi\sigma_{\hat{\delta}}^2} e^{-\frac{\hat{\delta}^2}{2\sigma_{\hat{\delta}}^2}} \quad (4.9)$$

où  $J$  est le jacobien de la transformation continue de coordonnées 4.4 :  $(\delta, \Phi) \rightarrow (\hat{\delta}, \hat{\Phi})$ .

### 4.3.1.3 Expression finale

Le mouvement du centroïde (Eq. 4.7) devient en utilisant l'équation 4.9 :

$$\begin{aligned} \langle x(n) \rangle = x_0 \iint \hat{\rho}(\hat{\delta}, \hat{\Phi}) \{ & \cos(2\pi\nu_x n + \varphi_x) \cos(\Delta\varphi_x(\hat{\delta}, \hat{\Phi}, n)) \\ & - \sin(2\pi\nu_x n + \varphi_x) \sin(\Delta\varphi_x(\hat{\delta}, \hat{\Phi}, n)) \} d\hat{\delta} d\hat{\Phi} \end{aligned} \quad (4.10)$$

la sommation sur les sinus s'annule, car la fonction intégrée est impaire, d'où :

$$\langle x(n) \rangle = x_0 \cos(2\pi\nu_x n + \varphi_x) \int_0^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\sigma_{\hat{\delta}}} e^{-\frac{\hat{\delta}^2}{2\sigma_{\hat{\delta}}^2}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos\left(\tilde{\alpha} \frac{\hat{\delta}}{\sigma_{\hat{\delta}}} \cos(\pi\nu_s n + \hat{\Phi})\right) d\hat{\Phi} \right\} d\hat{\delta} \quad (4.11)$$

en utilisant la fonction de Bessel  $J_0$  (formule 9.1.18 *in* Abramowitz et Stegun, 1972) :

$$J_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(z \cos(\theta)) d\theta \quad (4.12)$$

$$\langle x(n) \rangle = x_0 \cos(2\pi\nu_x n + \varphi_x) \int_0^{+\infty} \frac{\hat{\delta}}{\sigma_{\hat{\delta}}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{\delta}}{\sigma_{\hat{\delta}}}\right)^2} J_0\left(\tilde{\alpha} \frac{\hat{\delta}}{\sigma_{\hat{\delta}}}\right) d\left(\frac{\hat{\delta}}{\sigma_{\hat{\delta}}}\right) \quad (4.13)$$

et finalement avec la formule 11.4.29 (*in* Abramowitz et Stegun, 1972) :

$$\int_0^{+\infty} e^{-\mu^2 t^2} t^{\eta+1} J_{\eta}(\lambda t) dt = \frac{\lambda^{\eta}}{(2\mu^2)^{\eta+1}} e^{-\frac{\lambda^2}{4\mu^2}} \quad (4.14)$$

$$\langle x(n) \rangle = x_0 e^{-\frac{\tilde{\alpha}^2}{2}} \cos(2\pi\nu_x n + \varphi_x) \quad \text{avec} \quad \tilde{\alpha} = 2\xi\nu_s^{-1}\sigma_{\hat{\delta}} \sin(\pi\nu_s n) \quad (4.15)$$

Le centroïde du faisceau effectue des oscillations bétatrons modulées par le facteur chromatique  $F_{\hat{\delta}} = \exp\left(-2\xi^2\nu_s^{-2}\sigma_{\hat{\delta}}^2 \sin^2(\pi\nu_s n)\right)$ . Ce dernier est une fonction  $\frac{2\pi}{\nu_s}$ -périodique dont les extrema sont 1 et  $\exp(-2\xi^2\nu_s^{-2}\sigma_{\hat{\delta}}^2)$ . Au premier ordre, la fréquence d'oscillation du centroïde n'est pas modifiée, car la distribution des phases bétatrons est symétrique par rapport à la phase synchrone.

### 4.3.2 Décohérence 1D due à la dispersion des nombres d'ondes

Supposons que la fréquence transverse dépende quadratiquement de l'amplitude d'oscillation  $a_x$ , *i.e.* :

$$\nu_x = \nu_{0x} + k_{xx}a_x^2 \quad (4.16)$$

Alors le déphase au  $n$ -ième tour s'écrit :

$$\Delta\varphi(a_x, n) = 2\pi \int_0^n \Delta\nu(k) dk = 2\pi k_{xx}a_x^2 n \quad (4.17)$$

L'oscillation bêatron de la particule devient (cf. formule 1.60 p. 17 avec  $a_x = \sqrt{\epsilon_x/\beta_x}$ ) :

$$x(n) = a_x \cos(2\pi\nu_{0x}n + \varphi_x + \Delta\varphi(a_x, n)) \quad (4.18)$$

et celle du centroïde de particules distribuées statistiquement selon  $\rho(a_x, \varphi_x)$  :

$$\langle x(n) \rangle = \iint a_x \rho(a_x, \varphi_x) \cos(2\pi\nu_{0x}n + \varphi_x + \Delta\varphi(a_x, n)) d\varphi_x da_x \quad (4.19)$$

#### 4.3.2.1 Densité de probabilité transverse

Si  $(x_0, x'_0)$  sont les variables de l'espace des phases transverse, alors on sait que l'invariant linéaire est l'intégrale d'action (cf. définition de l'émittance p. 18) :

$$J_{x0} = \frac{1}{2\beta_x} [x_0^2 + (\alpha_x x_0 + \beta_x x'_0)^2] \quad (4.20)$$

avec  $\epsilon_x = 2J_{x0}$ . En supposant des distributions gaussiennes, la fonction densité de probabilité avant l'impulsion est alors donnée par :

$$\rho_0(x_0, x'_0) = \frac{\beta_x}{2\pi\sigma_x^2} e^{-\frac{x_0^2 + (\alpha_x x_0 + \beta_x x'_0)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (4.21)$$

avec  $\sigma_x = \sqrt{2\beta_x J_{x0}}$ . La distribution dans les variables amplitude-phase  $(a_x, \varphi_x)$  est alors :

$$\rho_0(a_x, \varphi_x) = \rho_0(x_0, x'_0) |J| = \frac{a_x}{2\pi\sigma_x^2} e^{-\frac{a_x^2}{2\sigma_x^2}} \quad (4.22)$$

avec  $|J| = \frac{a_x}{\beta_x}$  et

$$\begin{cases} x_0(n) = a_x \cos(2\pi\nu_{0x} + \varphi_x) \\ \alpha_x x_0(n) + \beta_x x'_0(n) = -a_x \sin(2\pi\nu_{0x} + \varphi_x) \end{cases} \quad (4.23)$$

La distribution recherchée est celle obtenue immédiatement après que le faisceau a reçu une impulsion  $\Delta x'$ . On suppose ici que le faisceau est déplacé d'un bloc instantanément au temps  $t = 0$ . On déduit alors (cf. Eq. 4.22 et Fig. 4.3) :

$$\rho(a_x, \varphi_x) = \frac{a_x}{2\pi\sigma_x^2} e^{-\frac{a_x^2 + x_k^2}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{a_x x_k}{\sigma_x^2} \sin \varphi_x} \quad (4.24)$$

avec l'amplitude de l'impulsion transverse  $x_k = \beta_x \Delta x'$ .

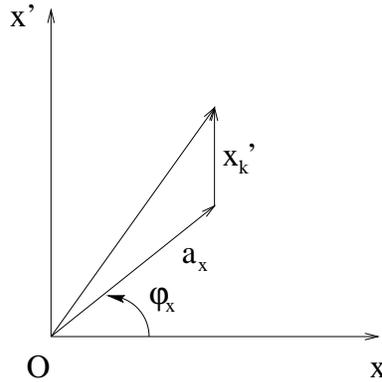


FIG. 4.3: Espace des phases  $(x, x')$  et schéma pour calculer la fonction de distribution des particules juste après une impulsion  $(x'_k)$  donnée par l'aimant rapide. A des fins de lisibilité, l'amplitude amortie  $a_x$  est exagérée.

#### 4.3.2.2 Expression finale

Le mouvement du centroïde du paquet de particules se réécrit alors (Eq. 4.19 et 4.24) :

$$\begin{aligned} \langle x(n) \rangle = & \int \left\{ \sin(2\pi\nu_{0x}n + \Delta\varphi(a_x, n)) \frac{a_x^2}{\sigma_x^2} e^{-\frac{a_x^2 + x_k^2}{2\sigma_x^2}} \right. \\ & \left. \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(\varphi_x) e^{-\frac{a_x x_k}{\sigma_x^2} \sin\varphi_x} d\varphi_x \right\} da_x \end{aligned} \quad (4.25)$$

l'intégrale sur les cosinus étant nulle,

$$\langle x(n) \rangle = \int \frac{a_x^2}{\sigma_x^2} e^{-\frac{1}{2} \frac{a_x^2 + x_k^2}{\sigma_x^2}} I_1 \left( \frac{a_x x_k}{\sigma_x^2} \right) \sin(2\pi\nu_{0x}n + \Delta\varphi(a_x, n)) da_x \quad (4.26)$$

avec la fonction de Bessel modifiée  $I_1(x)$  :

$$I_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(\theta) e^{ix \cos\theta} d\theta \quad (4.27)$$

$$\langle x(n) \rangle = -x_k F_x \sin \left( 2\pi\nu_{0x}n + 2 \arctan \theta + \frac{x_k^2}{2\sigma_x^2} \frac{\theta}{1 + \theta^2} \right) \quad (4.28)$$

$$\text{avec } F_x = \frac{1}{1 + \theta^2} \exp \left( -\frac{x_k^2}{2\sigma_x^2} \frac{\theta^2}{1 + \theta^2} \right), \quad \theta = 4\pi k_{xx} \sigma_x^2 n$$

en utilisant la formule 4.12 et la propriété  $I_1(x) = jJ_1(x)$ .

La décohérence avec l'amplitude d'oscillation introduit le facteur de décohérence  $F_x$  qui est une gaussienne pour  $n$  petit et tend asymptotiquement vers une loi en puissance  $F_x \rightsquigarrow \frac{1}{\theta^2}$ . Le centroïde,  $\langle x(n) \rangle$ , de phase  $\psi_x$  (Eq. 4.28), oscille à la fréquence instantannée :

$$\nu_x = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \psi_x}{\partial n} \quad (4.29)$$

$$= \nu_{0x} + k_{xx} \left( 4\sigma_x^2 + x_k^2 \frac{1 - \theta^2}{(1 + \theta^2)^2} \right) \quad (4.30)$$

Deux régimes peuvent être distingués. Le premier, pour  $\theta \ll 1$  : le faisceau oscille approximativement à la fréquence  $\nu_x \approx \nu_0 + k_{xx}(4\sigma_x^2 + x_k^2)$ . Le second pour  $\theta \gg 1$ , la fréquence devient  $\nu_x = \nu_{0x}$ , ce qui correspond au cas où le faisceau a entièrement « décohéré » (son amplitude d'oscillation moyenne est nulle).

### 4.3.3 Décohérence 2D due à la dispersion des nombres d'ondes

De manière similaire, on déduit la formule générale pour deux degrés de liberté. On suppose que le glissement des nombres d'ondes avec l'amplitude est donné en première approximation par la loi :  $\Delta\nu_x = k_{xx}a_x^2 + k_{xy}a_y^2$  et  $\Delta\nu_y = k_{yy}a_y^2 + k_{yx}a_x^2$ . On déduit alors les formules :

$$\langle x(n) \rangle = -x_k F_{xx} F_{xy} \sin \left( 2\pi\nu_{0x}n + 2 \arctan \theta_{xx} + 2 \arctan \theta_{xy} + \frac{x_k^2}{2\sigma_x^2} \frac{\theta_{xx}}{1 + \theta_{xx}^2} + \frac{y_k^2}{2\sigma_y^2} \frac{\theta_{xy}}{1 + \theta_{xy}^2} \right) \quad (4.31)$$

$$\langle y(n) \rangle = -y_k F_{yy} F_{yx} \sin \left( 2\pi\nu_{0y}n + 2 \arctan \theta_{yy} + 2 \arctan \theta_{yx} + \frac{y_k^2}{2\sigma_y^2} \frac{\theta_{yy}}{1 + \theta_{yy}^2} + \frac{x_k^2}{2\sigma_x^2} \frac{\theta_{yx}}{1 + \theta_{yx}^2} \right) \quad (4.32)$$

avec les impulsions transverses  $x_k = \beta_x \Delta x'$ ,  $y_k = \beta_y \Delta y'$  et

$$\begin{aligned} \theta_{xx} &= 4\pi k_{xx} \sigma_x^2 n, & \theta_{xy} &= 4\pi k_{xy} \sigma_y^2 n \\ \theta_{yy} &= 4\pi k_{yy} \sigma_y^2 n, & \theta_{yx} &= 4\pi k_{yx} \sigma_x^2 n \end{aligned}$$

et les facteurs de décohérence :

$$\begin{aligned} F_{xx} &= \frac{1}{1 + \theta_{xx}^2} \exp \left( -\frac{x_k^2}{2\sigma_x^2} \frac{\theta_{xx}^2}{1 + \theta_{xx}^2} \right), & F_{xy} &= \frac{1}{1 + \theta_{xy}^2} \exp \left( -\frac{y_k^2}{2\sigma_y^2} \frac{\theta_{xy}^2}{1 + \theta_{xy}^2} \right) \\ F_{yy} &= \frac{1}{1 + \theta_{yy}^2} \exp \left( -\frac{y_k^2}{2\sigma_y^2} \frac{\theta_{yy}^2}{1 + \theta_{yy}^2} \right), & F_{yx} &= \frac{1}{1 + \theta_{yx}^2} \exp \left( -\frac{x_k^2}{2\sigma_x^2} \frac{\theta_{yx}^2}{1 + \theta_{yx}^2} \right) \end{aligned}$$

Les nombres d'ondes mesurés seront alors approximativement, pour  $\theta_{uv} \ll 1$  :

$$\begin{cases} \nu_x = \nu_{0x} + k_{xx}(4\sigma_x^2 + x_k^2) + k_{xy}(4\sigma_y^2 + y_k^2) \\ \nu_y = \nu_{0y} + k_{yy}(4\sigma_y^2 + y_k^2) + k_{yx}(4\sigma_x^2 + x_k^2) \end{cases} \quad (4.33)$$

### 4.3.4 Résumé

Le phénomène de décohérence complique la dynamique du centroïde observé dont le mouvement peut être décrit par une loi de la forme<sup>7</sup> (Eq. 4.15 et 4.32) :

$$\langle x(n) \rangle = -x_k F_{\delta} F_{xx} F_{xy} \sin (2\pi\nu_{0x}n + \psi_x(n)) \quad (4.34)$$

avec  $\psi_x(n) = 2 \arctan \theta_{xx} + 2 \arctan \theta_{xy} + \frac{x_k^2}{2\sigma_x^2} \frac{\theta_{xx}}{1 + \theta_{xx}^2} + \frac{y_k^2}{2\sigma_y^2} \frac{\theta_{xy}}{1 + \theta_{xy}^2}$ .

<sup>7</sup>La formule est symétrique pour  $\langle y(n) \rangle$ .

La chromaticité ne modifie pas la fréquence d'oscillation mais introduit un facteur de modulation périodique de l'enveloppe du faisceau, le facteur chromatique  $F_\delta$ . Par contre, le glissement des nombres d'ondes introduit non seulement un facteur de décohérence non périodique par degré de liberté  $F_{xx}$  et  $F_{xy}$ , mais aussi un glissement des nombres d'ondes. Remarquons que dans le cas où ce dernier terme est important, le signal n'est plus quasi-périodique.

## 4.4 Prétraitement des données

Avant le début des mesures, l'orbite fermée (défauts dipolaires) a été corrigée avec le plus grand soin. Les données tour par tour sont ensuite collectées sur un BPM constitué de quatre électrodes numérotées de 1 à 4 (cf. schéma 4.4). Les signaux horizontal et vertical sont alors reconstruits connaissant les gains  $G_x$  et  $G_y$  du BPM :

$$x = G_x \frac{S_1 - S_2 + S_4 - S_3}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \quad \text{et} \quad y = G_y \frac{S_1 - S_4 + S_2 - S_3}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \quad (4.35)$$

avec  $S_k$  le signal collecté sur la k-ième électrode.

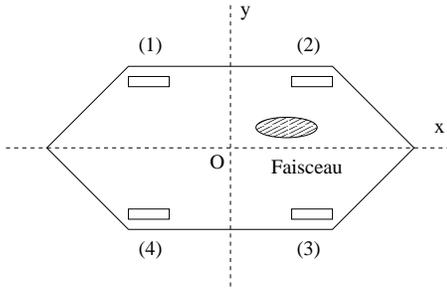


FIG. 4.4: Schéma d'un BPM à quatre électrodes de l'ALS.

$\beta_x = 11 \text{ m}$	$\beta_y = 4 \text{ m}$
$\epsilon_x = 4 \text{ nm.mrad}$	$\epsilon_y = 0.04 \text{ nm.mrad}$
$\sigma_x = \sqrt{\beta_x \epsilon_x}$	$\sigma_y = \sqrt{\beta_y \epsilon_y}$
$\sigma_E = 6.4 \cdot 10^{-4}$	$x_{of} = 100 \mu\text{m rms}$

TAB. 4.2: Paramètres expérimentaux de l'ALS

La décohérence est nettement observée (cf. Fig. 4.5) : aux faibles amplitudes, elle a lieu sur environ 600 tours, *i.e.* qu'au-delà le signal est noyé dans le bruit ; aux grandes, la décohérence est très rapide : 150 tours environ. Pratiquement, les implications sont les suivantes : le signal n'est pas quasi-périodique, il va être difficile d'extraire la fréquence avec une grande précision. Lorsque que le signal utile est contenu uniquement dans les 150 premières données, l'utilisation d'une FFT traditionnelle est presque illusoire et l'Analyse en Fréquence doit être utilisée avec grande précaution. La réduction des données peut alors se faire avec plus ou moins de succès de différentes manières :

- utiliser une transformée de Fourier Rapide traditionnelle (FFT) : la résolution est trop faible, les résonances ne sont pas bien mis en valeur (possibilité d'amélioration de la finesse d'échantillonnage dans le domaine spectral par utilisation d'une fenêtre de Hanning et par la technique de « bourrage de zéros » ou *zero padding*) ;
- ajuster les données avec notre modèle de décohérence, pour en déduire les nombres d'ondes. Le problème est que notre modèle est trop simple et ne s'applique pas au

## 4.5. PREMIÈRES CARTES EN FRÉQUENCE MESURÉES

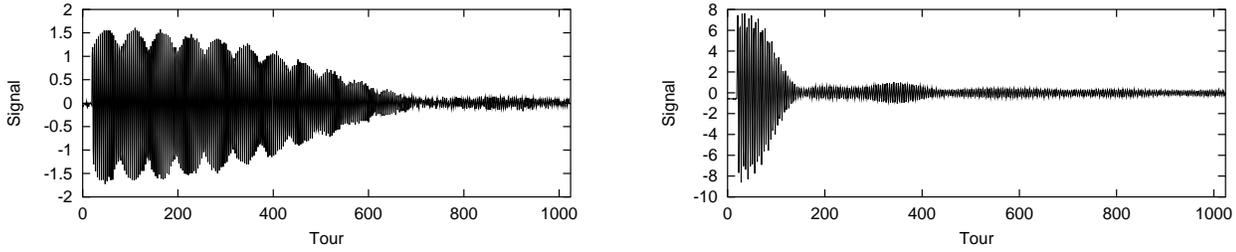


FIG. 4.5: Exemple de signal à faible amplitude (gauche) et grande amplitude (droite) à l'ALS : la décohérence est très rapide, de 600 tours à 100 tours.

- voisinage des résonances. Il « lisse » toutes les données, ce qui est sans intérêt pour la présente étude. En fait, au voisinage d'une résonance, la décohérence est beaucoup plus lente et peut même s'arrêter si les particules sont capturées pas les îlots de résonance ;
- redresser le signal après ajustement, pour le rendre quasipériodique (peu commode en pratique, introduction de fréquences parasites) ;
  - utiliser l'Analyse en Fréquence directement sur les données brutes avec différents fenêtrages dépendant du nombre de données traitées tout en conservant la précision la plus élevée possible sur les fréquences. C'est cette dernière méthode qui a été finalement retenue.

Aux grandes amplitudes, on observe un début de saturation des BPM ainsi que l'apparition de comportement nonlinéaires du faisceau, ce qui va induire une diminution de la précision pour la détermination des fréquences qui était déjà compliquée par le faible nombre de données contenant du signal.

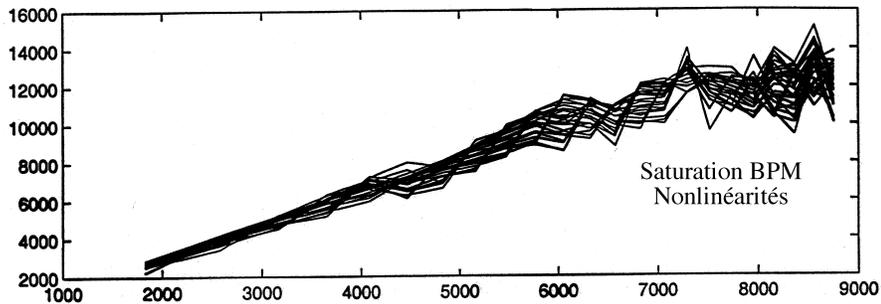


FIG. 4.6: Amplitude du signal (unité arbitraire) en fonction de la tension (kV) sur l'aimant rapide horizontal de l'ALS. Une saturation des BPM et des nonlinéarités apparaissent à partir de 6 000 kV.

## 4.5 Premières cartes en fréquence mesurées

### 4.5.1 Première expérience

L'Analyse en Fréquence a été réalisée pour  $25 \times 25$  conditions initiales. A la lecture de la carte en fréquence obtenue (cf. Fig. 4.7-a), il est frappant de voir combien les structures réso-

nantes se lisent clairement. Deux résonances de couplage d'ordre 5 sont nettement observées :  $4\nu_x + \nu_y - 65 = 0$  et  $3\nu_x + 2\nu_y - 59 = 0$ . Non seulement, leur coefficient d'excitation est élevé mais de plus, ces résonances sont normalement interdites par la 12-périodicité, et n'étaient donc pas vues aussi nettement sur la carte en fréquence théorique<sup>8</sup>. Elles sont excitées par les gradients résiduels et les erreurs de couplage qui détruisent la symétrie interne. Une troisième résonance d'ordre 5,  $2\nu_x + 3\nu_y - 53 = 0$ , est plus faiblement excitée. Ceci prouve que notre modélisation n'est pas encore parfaite en particulier en ce qui concerne les erreurs aléatoires.

Remarquons que l'espacement régulier des points dans l'espace des fréquences observés à faible amplitude horizontale peut être directement lié à la précision de nos mesures.

De manière à vérifier notre modèle de calibration, nous avons calculé une carte en fréquence en utilisant les défauts de gradients droits et tournés déduits de la matrice-réponse mesurée le même jour — le code DESPOT a été utilisé —. L'accord entre les deux cartes est excellent (cf. Fig. 4.7). Nous pouvons en conclure qu'un modèle utilisant uniquement les forces hexapolaires nominales, les erreurs de couplage et de gradient calibrés à partir de la matrice-réponse expérimentale permet de décrire la dynamique de l'ALS de manière remarquablement précise.

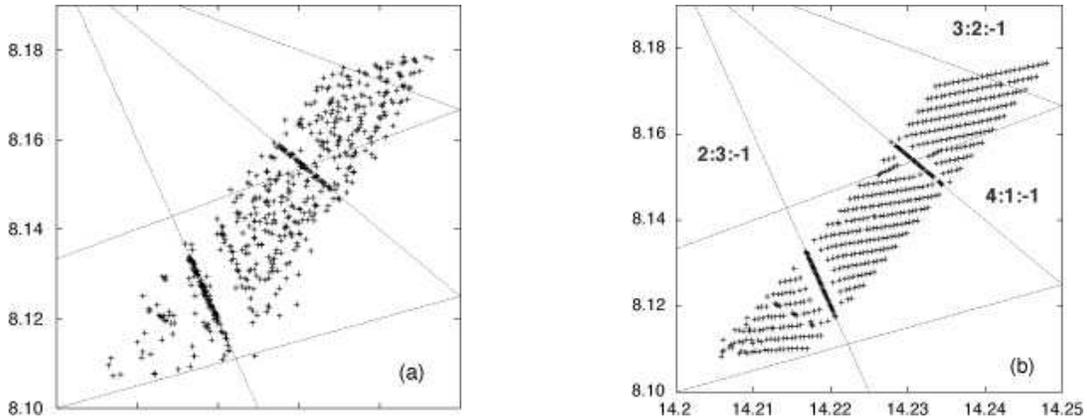


FIG. 4.7: Comparaison d'une carte en fréquence expérimentale (a) avec un modèle numérique de l'ALS incluant les défauts magnétiques mesurés (b) (Robin, Steier, Laskar et Nadolski, 2000)

Dans le futur, nous pourrions réduire le temps d'acquisition d'une carte en fréquence, et utiliser l'Analyse en Fréquence comme outil de diagnostic en ligne de la dynamique du faisceau.

## 4.5.2 Deuxième expérience

L'Analyse en Fréquence peut être utilisée pour tracer une carte en fréquence de manière indépendamment de tout modèle. Comme illustration directe, nous avons volontairement modifié le point de fonctionnement ( $\nu_x = 14.275, \nu_y = 8.167$ ). Dans ce cas, la carte en fréquence expérimentale révèle des résonances très fortes,  $4\nu_x - 57 = 0$ ,  $3\nu_x + 3\nu_y - 67 = 0$ ,  $3\nu_x + 2\nu_y - 59 = 0$  et  $2\nu_x + 3\nu_y - 53 = 0$  (cf. Fig. 4.8, voir aussi la carte en couleur B.15). Au

<sup>8</sup>Elles y sont observées à travers la diffusion, mais apparaissent à des ordres beaucoup plus élevés.

nœud de résonances, la diffusion des particules est très rapide, ce qui correspond expérimentalement à une réduction de l'efficacité d'injection et de la durée de vie.

En effet, durant les mesures nous avons enregistré des pertes significatives du faisceau à cette intersection ainsi qu'au-delà, car des particules ayant de plus grandes amplitudes vont traverser cette région à cause de l'amortissement du faisceau. Ce phénomène n'avait pas été observé lors de la première expérience, lorsque le faisceau a été déplacé aux mêmes amplitudes.

Il est clair que lorsque nous observons de tels comportements nous devons soit déterminer une méthode pour réduire l'amplitude des résonances afin d'améliorer la périodicité, soit changer de point de fonctionnement. Il est intéressant de noter que ce point de fonctionnement était le point de fonctionnement choisi à la construction de l'ALS; il a été utilisé pendant de nombreuses années. Pour ce réglage, l'efficacité d'injection était quelque peu irrégulière. A l'époque, les raisons n'avaient pas été clairement comprises. Le point de fonctionnement avait alors été changé à la valeur actuelle suite à l'application de l'Analyse en Fréquence (Laskar et Robin, 1996).

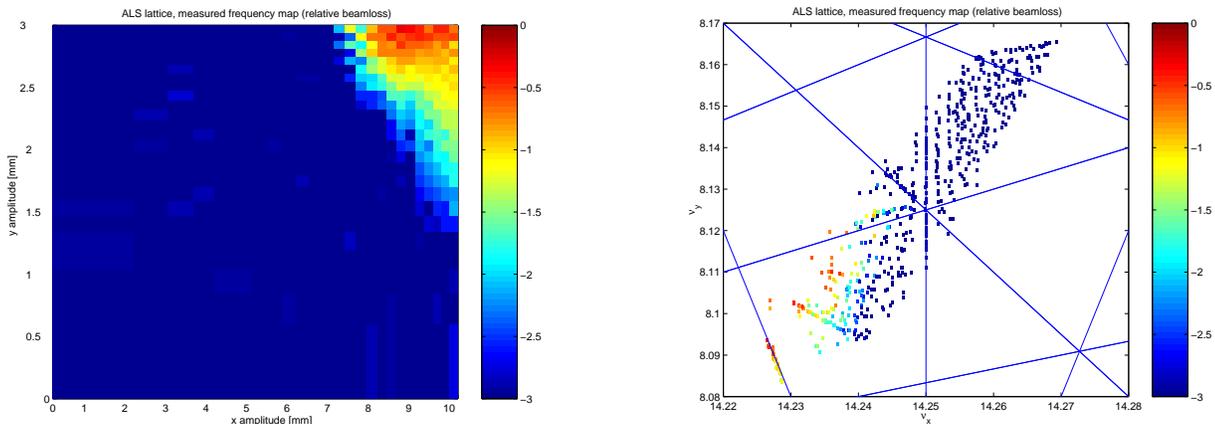


FIG. 4.8: Espace des configurations (à gauche) et carte en fréquence expérimentale (à droite) pour le point de fonctionnement d'origine de l'ALS avec mesure expérimentale de la diffusion des orbites (Steier, Robin, Laskar, Nadolski, 2000). Les nœuds de résonances sont nettement observés avec une diffusion rapide à grande amplitude.

### 4.5.3 Expériences avec Wigglers fermés

Plusieurs cartes en fréquences expérimentales ont été acquises afin de mieux évaluer les effets des wigglers sur la dynamique globale du faisceau. Les résultats n'ont pas encore été complètement exploités. De plus, il n'est pas aisé de modéliser les wigglers de l'ALS et leur influence est très importante sur la dynamique de l'anneau.

Par exemple lorsque le wiggler « W16 » est fermée, il perturbe avant correction fortement l'optique : il induit un glissement du nombre d'ondes vertical ( $\Delta\nu_y = 0.065$ ), un fort battement des fonctions bêta-trons ( $\Delta\beta_y = 37\%$ ). La 12-périodicité de l'anneau est également altérée. Il s'ensuit une baisse drastique des performances de l'anneau (durée de vie, taille du faisceau, émittances). Il est impossible de corriger localement les effets de ce wiggler à l'ALS. Une correction globale — mais pas totale — est réalisé en utilisant 48 des quadripôles de la machine (Robin, Safranek, Decking, Nishimura, 1998).

Nous nous contentons ici de présenter une carte en fréquence expérimentale (Fig. 4.9-a) avec comme point de fonctionnement  $(\nu_x, \nu_y) = (18.25, 8.18)$ . L'accord avec les simulations numériques (Fig. 4.9-b) est moins probant que précédemment ; notre modèle des wigglers demande à être amélioré. Les cartes en fréquence (Fig. 4.10) sont tracées en balayant toute l'ouverture dynamique pour des points de fonctionnement voisins. Ces simulations prennent en compte le wiggler W16, les défauts quadripolaires droits et tournés déduits des matrices-réponse mesurées juste avant d'acquérir la carte en fréquence expérimentale précédente.

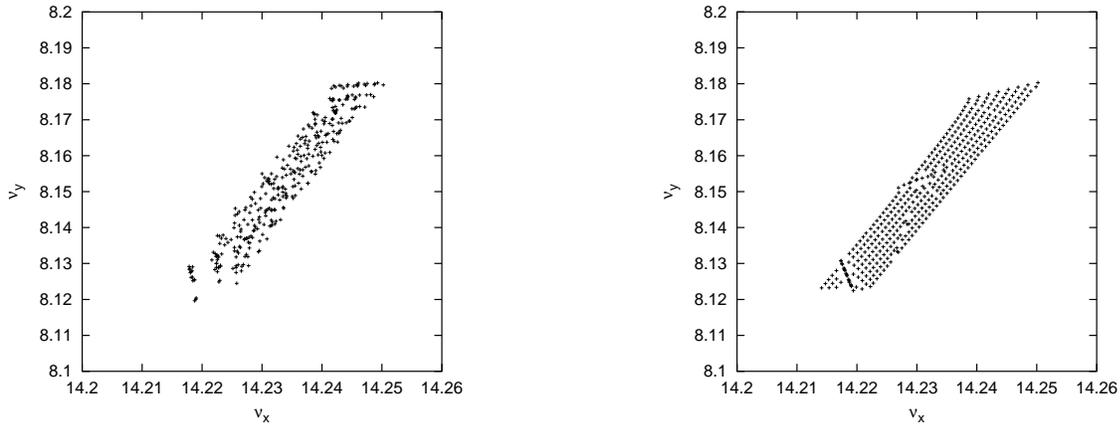


FIG. 4.9: Cartes en fréquence expérimentale (à droite) et simulée (à gauche) de l'ALS pour un point de fonctionnement avec le wiggler W16 fermé. Les défauts de quadripôles droits et tournés sont inclus dans le modèle.

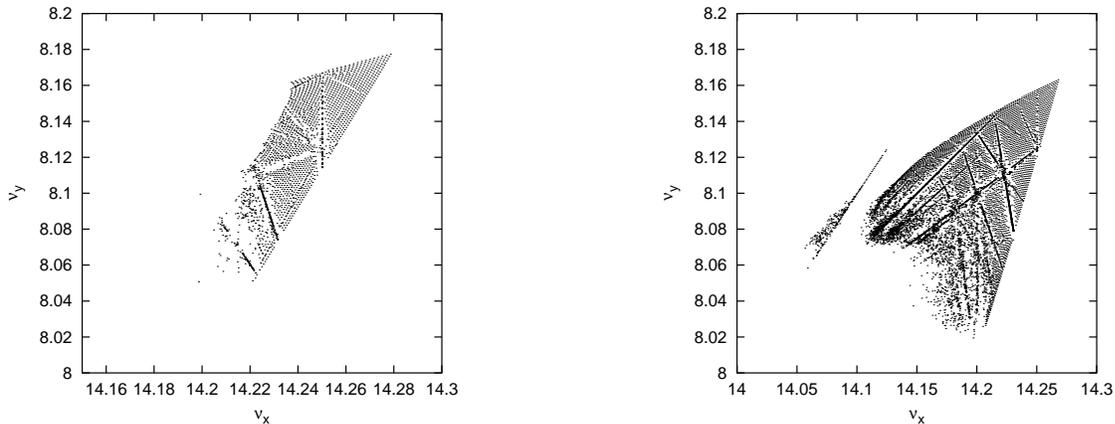


FIG. 4.10: Cartes en fréquence de l'ALS prenant en compte le wiggler W16, les défauts quadripolaires mesurés et un couplage effectif de 1%.

## 4.6 Conclusions

Même si certaines expériences sur d'autres accélérateurs ont déjà utilisé l'association aimants rapides et de BPM tour par tour pour étudier la dynamique nonlinéaire (Lee, 1992)

et si des tentatives pour relier l'Analyse en Fréquence et les mesures de fréquences ont été entreprises (Terebilo *et al.*, 1998 — Bartolini *et al.*, 1999); à notre connaissance, les résultats présentés sont les premiers de ce genre.

La réalisation de cartes en fréquence expérimentales à l'ALS montre le réseau complet de résonances d'un système hamiltonien à trois degrés de liberté. La comparaison entre les cartes en fréquence théoriques et mesurées démontre qu'un modèle relativement simple peut être utilisé pour caractériser correctement la dynamique du faisceau, *i.e.* en prenant en compte les forces nominales des hexapôles et les erreurs de gradients droits et tournés. Cet accord impressionnant nous permet d'utiliser dès maintenant de manière fiable l'Analyse en Fréquence comme outil standard pour faire de la prédiction de l'impact sur dynamique d'une modification de la maille de l'ALS. L'Analyse en Fréquence peut être utilisée pour optimiser nos simulations et pour valider notre modèle de l'anneau. La capacité de pouvoir calculer des cartes en fréquence indépendamment de tout modèle a été démontrée et l'interprétation de la diffusion sur les cartes en fréquence a été validée par les mesures de perte de faisceau sur les structures résonantes.

Toutes les simulations réalisées jusqu'ici ont été faites dans l'hypothèse que la dynamique de l'anneau de stockage est gouvernée principalement par la dynamique transverse faiblement perturbée par la dynamique longitudinale — négligée dans nos simulations puisque que le couplage synchro-bétatron est quasi-nul —. C'est bien ce qui a été observé sur les cartes en fréquence expérimentales. Au sujet de la diffusion des orbites, le phénomène est plus complexe que nous l'avons laissé entendre. La dynamique totale de l'accélérateur peut être décrite par un Hamiltonien à trois degrés de liberté dépendant de la longitude  $s$  pris comme variable indépendante. L'espace des phases est de dimensions 6, l'application fréquence est alors une application de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}^3$  :

$$\begin{aligned} F^T : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, l) &\mapsto (\nu_x, \nu_y, \nu_s) \end{aligned}$$

La condition générale de résonance devient :

$$p\nu_x + q\nu_y + r\nu_s + s = 0, \quad (p, q, r, s) \in \mathbb{Z}^4$$

Les cartes en fréquence que nous avons tracées dans tout ce manuscrit ne sont qu'une projection dans le plan  $(\nu_x, \nu_y)$ . Ce qui signifie en particulier, que même dans une zone parfaitement régulière d'une carte en fréquence, il peut y avoir une diffusion due au degré de liberté longitudinal. Cependant, elle reste généralement très faible vis-à-vis de celles induites par la dynamique transverse.

Au cours de l'été 2001, la maille de l'ALS va connaître sa plus importante modification : trois des trente-six dipôles de la machine vont être remplacés par des aimants supraconducteurs. La périodicité de la machine va diminuer pour passer de 12 à 3. Pour une énergie nominale de 1.9 GeV, les fluctuations quantiques des aimants supra-conducteurs augmentent l'émittance horizontale de 5.5 à 13 nm.rad. Cette dernière peut être réduite en introduisant de la dispersion dans les sections droites. Le couplage  $(\epsilon_y/\epsilon_x)$  est néanmoins inférieur à 1%, et le temps de vie du faisceau n'est que d'environ deux heures (pour un courant de 1.3 mA par paquet). Pour retrouver un temps de vie acceptable, l'émittance verticale devra être augmentée en introduisant une dizaine de nouvelles familles de quadripôles tournés (cf. simulations

de Nishimura et Robin, 1999). Nous comptons utiliser pleinement l'Analyse en Fréquence pour finir de comprendre l'influence de ses modifications — le but idéal serait d'arriver à les compenser entièrement — et de continuer d'améliorer les performances de l'ALS.

#### 4.6. CONCLUSIONS

---